1. Portrait — 10 points

Réponse : Le tiers du nombre des centaines est 7, donc le nombre de centaines est 21, et le nombre s'écrit 2 1 _ _

Le nombre formé par mes deux derniers chiffres est le triple du nombre de mes centaines, donc c'est 63.

Le nombre inconnu est donc **2 163**.

Prolongements : les jeux du portrait en numération visant à bien établir le distinguo entre « chiffre de » et « nombre de ».

2. Patron, un pavé bien droit svp ! — 12 points

Réponse : **Tous les patrons conviennent**.

Prolongements : Il y en a d'autres, on peut essayer d'en trouver.

C'est un exercice de visualisation dans l'espace, à compléter par un découpage/pliage pour validation.

La première phase est importante pour développer cette compétence.

On peut aussi demander d'anticiper le recollement des arêtes en les marquant. Cette tâche est rendue plus ou moins difficile par le choix du patron.

Exemple pour le cube :

Pour visualiser des patrons de polyèdres, on peut utiliser le logiciel poly32.

3. Noires et blanches — 14 points

Réponse : il faut prendre au minimum **3 chaussettes**.

Le principe de Dirichlet ou des tiroirs : si les deux premières sont de couleurs différentes, la troisième chaussette sera obligatoirement identique à l'une des deux.

Prolongements :

1/ Jacques est confiseur et veut réaliser des assortiments de bonbons au chocolat et de sucettes pralinées. Il fabrique 1386 bonbons et 308 sucettes.

On place tous les bonbons et toutes les sucettes dans un même récipient. Sans regarder, combien Jacques doit-il prendre au minimum de confiseries pour être sûr d'avoir au moins un bonbon et au moins une sucette ?

2/ Combien de tiroirs différents faut-il au maximum pour y ranger 21 boules, avec une boule au moins dans chaque tiroir, et des nombres de boules différents dans des tiroirs différents ?

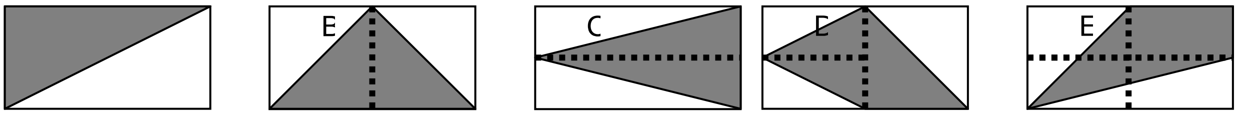
4. Blancs et gris — 16 points

Réponse : **Non**, tous les drapeaux sont constitués d'une moitié de tissu gris et d'une moitié de tissu blanc.

C'est immédiat pour le drapeau A. C'est assez direct pour les drapeaux B, C et D avec les découpages indiqués. Pour le E, on peut comprendre que la partie blanche occupe la moitié du drapeau. En effet chacune occupe la moitié de la moitié du rectangle (même si ce ne sont pas les mêmes surfaces !)

Prolongements : On peut déplacer, les points milieux pour les drapeaux B et C, il y aura toujours la moitié de grise.

Pour le D on peut déplacer le point milieu du côté gauche, et les points milieux des côtés horizontaux (à condition qu'ils restent sur la même verticale), il y aura aussi la moitié de grise.



On peut chercher d'autres découpages utilisant les milieux des côtés ayant une moitié grise et une moitié blanche

5. Du grand art 18 points

Réponse :

1. Dans le premier tas, il y a 4 billes Van Gogh et 1 bille Picasso.
2. Dans le second tas il y a 1 bille Picasso et 1 bille Michelangelo.
3. Dans le troisième tas, il y a 2 billes Van Gogh et 2 billes Picasso.

La 2ème information est inutile pour résoudre ce problème.
D'après la 3ème information, 4 billes Van Gogh et 4 billes Picasso valent 60 billes ordinaires.
En comparant cela avec la 1ère information, on obtient que 3 billes Picasso valent autant que 30 billes ordinaires. Ainsi, **4 billes Picasso valent 40 billes ordinaires**.
Si cette déduction est difficile, on peut envisager de résoudre le problème par essais successifs.
On envisage différentes valeurs pour une bille Picasso, jusqu'à trouver celle qui convient (ou celles qui conviennent, mais ici il n'y a qu'une valeur possible)
Prolongements : Ermel CM2 p86
« Une entreprise expédie trois chargements de 300 kg chacun pour équiper en mobilier une école.
Le premier chargement contient 15 tables et 30 chaises.
Le second contient 25 tables.
Le troisième contient 10 tables, 20 chaises et 5 armoires.
Combien pèse une chaise, une table, une armoire ? »

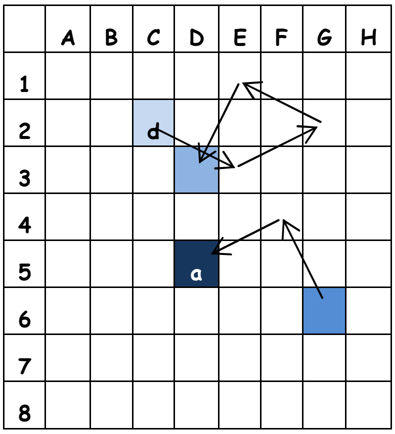
6. 3 temps 2 mouvements 20 points

Réponse :

Notons d le départ et a l'arrivée. On effectue les déplacements dans le sens indiqué à partir du départ pour arriver en D3, et dans le sens inverse à partir de l'arrivée pour déterminer la case G6. Il suffit alors de trouver un chemin de D3 à G6.

Sur l'échiquier ci-dessous, on voit que **les deux déplacements manquants sont *d* et *e***, peu importe l'ordre.

On peut aussi remarquer que la position finale ne dépend que des déplacements effectués mais pas de l'ordre dans lequel ils ont été effectués. Ainsi on peut éliminer les allers-retours : le ***c*** et le ***g*** ainsi que le de ***d*** le ***h***.



Prolongements : Montrer qu'un cavalier ne peut pas parcourir toutes les cases d'un échiquier de 3 lignes et 3 colonnes, mais qu'il le peut avec 3 lignes et 4 colonnes. Mais il ne peut alors pas partir de n'importe quelle case.

7. Petites blagues entre amies — 22 points

Réponse :

On écrit tous les multiples de 8 et de 13, jusqu'à trouver le 1er multiple commun : 104.

C'est dans 104 jours qu'elles se referont de nouveau une blague le même jour.

Aujourd'hui, 31 janvier 2012. 29 jours en février + 31 jours en mars + 30 jours en avril + 14 jours en mai. **La date cherchée est le 14 mai**.

Une autre méthode consiste à prendre un calendrier et de cocher toutes les dates de 2 couleurs différentes, jusqu'à trouver la bonne.

Prolongements :

1) Modifier la périodicité des blagues pour que la prochaine ait lieu dans 20 jours ou 45 jours ou … .
2) Deux voitures partent en même temps de la ligne de départ et font plusieurs tours d'un même circuit en sens inverse. La voiture A fait le tour du circuit en 36 minutes et la voiture B en 30 minutes.
   a. Y a-t-il des instants (autres que celui du départ !) auxquels les voitures se croisent sur la ligne de départ ?
   b. Préciser le nombre de tours effectués par chacune des voitures entre deux rencontres sur la ligne de départ.

8. Blocs en stock 24 points

Un regret pour ceux qui n'auraient pas travaillé les problèmes de la manche 1 ?

Réponse :

On peut résoudre le problème par essais/erreurs/rectifications. Il faudra de toute façon, tenir compte des contraintes. Les prolongements sont les mêmes qu'à la 1ère manche.

4	3	2	1	← 4
				← 2
			4	← 1
		4		← 2
↑ 3	↑ 3	↑ 1	↑ 2	

Les indications 4 et 1 fournissent des conclusions immédiates :

Ensuite :
L'indication 3 associé au 3 de la 2ème colonne impose l'ordre dans la colonne.
Dans le cercle, c'est 2 ou 3 puisque 4 et 1 sont déjà dans la ligne. L'indication 3 de la 1ème colonne impose que c'est 2 (il faut voir 3 blocs).
On complète alors la ligne par un 3 et la dernière colonne par un 2

4	3	2	1	← 4
	4		2	← 2
	2		4	← 1
2	1	4	3	← 2
↑ 3	↑ 3	↑ 1	↑ 2	

4	3	2	1	← 4
	4	1	2	← 2
	2		4	← 1
2	1	4	3	← 2
↑ 3	↑ 3	↑ 1	↑ 2	

Le 1 est alors obligatoire. Puisque dans la ligne, on ne voit que 2 blocs.

4	3	2	1	← 4
3	4	1	2	← 2
1	2	3	4	← 1
2	1	4	3	← 2
↑ 3	↑ 3	↑ 1	↑ 2	

On termine en complétant chaque rangée, chacune devant comporter chacun des nombres 1, 2, 3 et 4.

Prolongements :

On peut jouer à établir des théorèmes :
S'il y a 1, alors le 1er bloc est de 4 étages
S'il y a 3, alors le 1er bloc ne peut pas être de 3 ou 4 étages …
On fait des équipes. Des points en plus pour chaque théorème exact et justifié, des points en moins pour chaque théorème faux. Des points pour ceux qui démontrent qu'un théorème est faux.
Que fait-on des théorèmes équivalents ?
On peut aussi établir toutes les lignes possibles pour chacune des indications 1, 2, 3 et 4.