IREM de Toulouse

Deuxième manche
Réponses et prolongements

Rallye Mathématiques Sans frontière Midi-Pyrénées

IUFM Midi-Pyrénées

Jeudi 24 janvier 2013

Cycle 3

1) Nouvelle année 10 points

Kénaël dispose des quatre cartes sur lesquelles sont écrits les chiffres 0, 1, 2 et 3. Il peut ainsi former le nombre 2013.
En comptant 2013, combien de nombres à quatre chiffres peut-il écrire à l'aide de ces quatre cartes ?

2 0 1 3

Réponse : Kénaël a 3 possibilité pour le chiffre des milliers (il ne peut pas mettre 0, le nombre n'aurait alors que 3 chiffres), puis encore 3 pour le chiffre des centaines (0 est à présent possible), 2 pour les chiffre des dizaines et 1 pour le chiffre des unités. Il peut ainsi écrire **18 nombres** à 4 chiffres ($3\times3\times2$).

Prolongement : et si on rajoutait une carte 4 ?

2) Jetons les jetons. 12 points

Joëlle dispose de 6 sacs qui contiennent 11, 13, 22, 32, 38 et 56 jetons. Elle vide tous les sacs sur la table sauf un. Elle répartit tous ces jetons dans des boites qui contiennent exactement 25 jetons.

Combien de jetons contient le sac qu'elle n'a pas vidé ?

Réponse : Il faut calculer toutes les sommes de 5 nombres et vérifier laquelle est un multiple de 25. C'est 150 : le sac que Joëlle n'a pas vidé contient **22 jetons**.

Prolongement : dans ces conditions, Joëlle pourrait utiliser d'autres boites pour ranger les jetons qui sont sur la table. Combien peuvent-elles contenir de jetons ?

3) Une table d'époque 14 points

Voici quelques produits présentés dans un tableau, tous les nombres à multiplier sont plus grands que 1 et plus petits que 10. Par exemple, 5 × 8 = 40. Muriel, Noël, Gabriel et Ariel, en la complétant, ont trouvé quatre nombres possibles à la place de B. Lesquels ?

×			5	
		12		6
		24		-
8			40	
	63	B		

Réponse : L'en-tête de la ligne contenant B peut contenir 7 ou 9 ($7\times9=63$).

12 et 24 sont présents dans la colonne contenant B : l'en-tête de cette colonne pourrait donc contenir 2, 3, 4 ou 6. 2 est exclu puisque tous les nombres sont inférieurs à 10 ($2\times12=24$) ainsi que 3 puisque le 8 est déjà utilisé ($3\times8=24$).

Les quatre valeurs de B sont donc 4×7, 4×9, 6×7, 6×9 soit **28, 36, 42 et 54**.

Prolongement : C'est l'occasion de travailler l'acquisition des résultats mémorisés des tables de multiplication dans un problème (voir les tables incomplètes dans le document d'accompagnement des programmes 2002, le calcul mental à l'école élémentaire).

4) Un train déraille 16 points

Dans un atelier, on modernise des wagons de train. 4 techniciens modernisent 2 wagons en 2 jours. Le responsable de l'atelier fait appel à 10 nouveaux techniciens, qui travailleront aussi vite que les autres.
Combien de wagons pourront être modernisés en 20 jours par cette nouvelle équipe de 14 techniciens ?

Réponse : ces mêmes 4 techniciens peuvent moderniser 10 fois plus de wagons en 10 fois plus de temps, soit 20 wagons en 20 jours. En 20 jours, 3 fois plus de techniciens pourront moderniser 3 fois plus de wagons soit 12 techniciens pour 60 wagons. Toujours en 20 jours, la moitié des techniciens pourront moderniser la moitié des wagons, soit 2 techniciens pour 10 wagons. En 20 jours, 14 techniciens (12+2) pourront donc moderniser **70 wagons** (60+10).

Prolongement : Autour de ces problèmes de double proportionnalité, on peut proposer des problèmes d'inverse proportionnalité. Voir exercice 5 de la troisième manche du rallye 2009.

IREM de Toulouse

IUFM Midi-Pyrénées

Deuxième manche

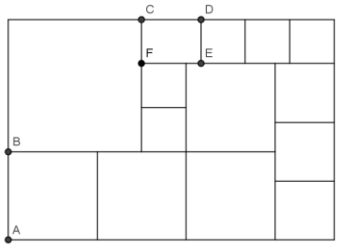
Réponses et prolongements

Rallye Mathématiques Sans frontière Midi-Pyrénées

Jeudi 24 janvier 2013

Cycle 3

5) Puzzle 18 points

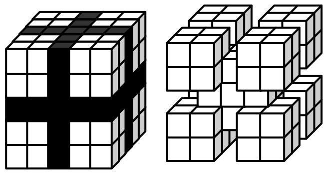


On sait que AB=6cm et que toutes les pièces de ce puzzle sont des carrés à l'exception du rectangle EFCD.
Mais quelles sont les dimensions de ce rectangle?

Réponse : On remarque qu'il y a 4 tailles de carrés différentes. Ceux de côté 6 cm, ceux de côté 3 cm (6cm : 2), ceux de côté 4 cm (12cm : 3) et celui de côté 9cm (6cm + 3cm). Le rectangle CDEF a donc pour **dimensions 3 cm et 4 cm**.

Prolongement : C'est un problème de calculs sur un support géométrique. Voir le fichier Évariste École http://www.apmep.asso.fr/EVARISTE-ECOLE

6) Un paquet cadeau 20 points



Le ruban cadeau qui tenait le gros cube était adhésif. Tous les petits cubes qui étaient en contact avec lui sont restés collés au ruban lorsque je l'ai enlevé. Combien y a-t-il de petits cubes dans la structure restante ?

Réponse : On peut compter les cubes « scotchés », en trois « anneaux » de 16 mais en sachant qu'on a compté 2 fois chaque petit cube situé au centre de chaque face du grand cube. On a donc $3 \times 16 - 6 = 42$ cubes noirs soit $5 \times 5 \times 5 - 42 = 125 - 42 =$ **83 petits cubes blancs** dans la structure restante.

On peut aussi compter les petits cubes blancs directement dans la structure restante. Il y a 8 cubes de 8 petits cubes blancs et un cube de 27 petits cubes blancs. Cependant, 8 petits cubes blancs ont été comptés deux fois soit un total de $8 \times 8 + 27 - 8 = 83$.

Prolongement : On souhaite assembler des petits cubes noirs et blancs pour obtenir un grand cube tel que celui présenté avec le ruban. Combien a-t-on besoin de petits cubes noirs si aucun des blancs n'est caché (au moins une de ses faces est visible dans l'assemblage final) ?

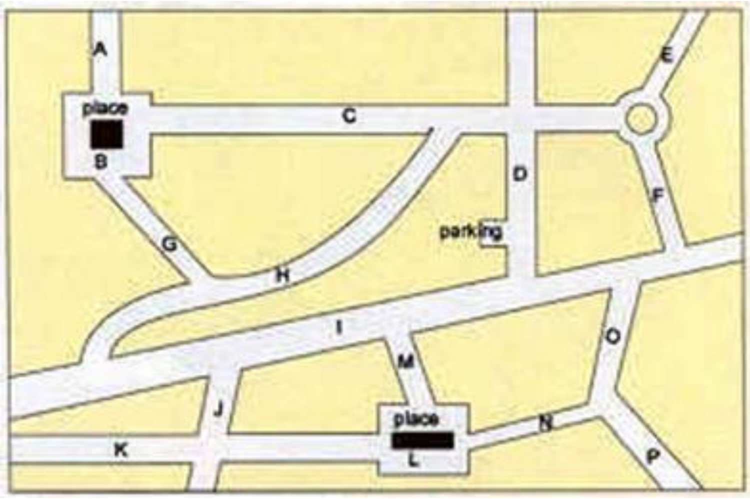
7) Une panne d'essence 22 points

Petroleus Dupuy part en voiture. Au départ, son réservoir contient 10 litres et sa voiture consomme 4 litres pour faire 100 km. Sur son trajet, tous les 50 km, il trouvera une petite bouteille d'essence de 1 litre exactement qui lui permettra de faire 25 km de plus.
Combien de km aura-t-il parcouru lorsqu'il tombera en panne sèche ?

Réponse : Avec 10L, Petroleus peut parcourir 250km. Il aura trouvé 5 bouteilles. Avec 5L, il parcourt 125km et a trouvé 2 bouteilles. Avec 2L, il parcourt 50km, retrouve 1L et parcourt encore 25km. Au total, il a parcouru 450km et retrouve donc 1L pour faire 25km. **Petroleus Dupuy peut parcourir 475km.**
Autre méthode : on peut présenter la mesure en L du contenu du réservoir après chaque tranche de 25km parcourus :
(10-9-8)-(9-8-7)-(8-7-6)…(3-2-1)(2-1-0)(1-0) et compter les 19 tranches de 25km.

Prolongement : Et avec 20L, pourra-t-il parcourir 2×475 km ?

8) Un plan détaillé 24 points



Compte tenu des indications suivantes, à quelle lettre est associée la rue du rectangle ?

1. 6 rues, dont la rue du Rond, la rue du Milieu et la rue du Carré aboutissent sur le boulevard des Mathématiques
2. la rue du Compas relie le rond-point à une place
3. la rue de la Règle, la rue de l'Équerre et la rue du Milieu se rejoignent au même endroit
4. les rues du Losange et de la Règle conduisent à la place de la Géométrie
5. la rue de la Gomme traverse la rue du Crayon mais elle ne débouche pas sur une place
6. les rues du Carré et des Angles aboutissent au rond-point
7. la rue du Trapèze relie la place des Chiffres à la rue du Triangle
8. la rue du Rectangle ne possède pas de parking

Réponse : Tenons compte de chaque indication pour associer au fur et à mesure les noms de rues ou places :

1. I est le boulevard des Mathématiques.
2. C est la rue du Compas.
3. O est la rue du Milieu, N ou P Équerre ou Règle.
4. N est la rue de la Règle, L la place de la Géométrie, P la rue de l'Équerre.
5. J est la rue de la Gomme, K la rue du Crayon, M la rue du Losange.
6. F est la rue du Carré, E la rue des Angles.
7. B est la place des Chiffres, G le rue du Trapèze et H la rue du Triangle.
8. **A est la rue du Rectangle**, O est la rue du rond.

Prolongement : c'est une situation de traitement de l'information, que l'on retrouve dans les jeux de logique tels que les énigmes ou les enquêtes. On peut également jouer au sudoku ou au picross.