Rallye mathématique sans frontière Midi-Pyrénées

Cycle 3 : première manche

Mardi 20 novembre 2018

1) Longueur ....2 ✸

Réponse : le périmètre est **24**.

- Solution par exhaustion (examen de tous les cas possibles, en prenant comme implicite que les longueurs sont mesurées par des nombres entiers de cm)

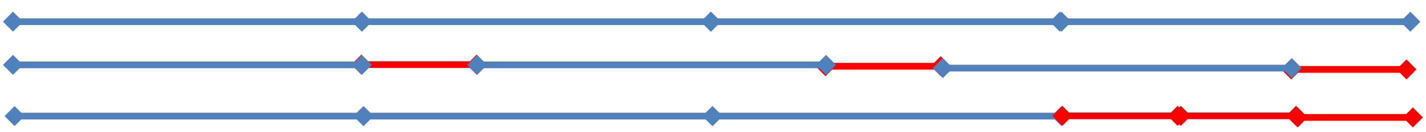
Mesure en cm de la longueur des côtés du carré	Mesure en cm de la longueur des côtés du triangle équilatéral	Mesure en cm du périmètre du carré	Mesure en cm du périmètre du triangle équilatéral
1	3	4	9
2	4	8	12
3	5	12	15
4	6	16	18
5	7	20	21
6	**8**	**24**	**24**

- Solution par essais-rectifications de valeurs simples

Il s'agit de tester quelques cas, s'apercevoir que pour de petites valeurs le périmètre du carré est inférieur à celui du triangle équilatéral et qu'il est supérieur pour de grandes valeurs ; par essais rectifications de quelques valeurs, on peut assez rapidement trouver la solution.

Mesure en cm de la longueur des côtés du carré	Mesure en cm de la longueur des côtés du triangle équilatéral	Mesure en cm du périmètre du carré	Mesure en cm du périmètre du triangle équilatéral
4	6	16	18
8	10	32	30
…	…	…	…
6	**8**	**24**	**24**

- Solution par appui sur une représentation graphique



On peut s'appuyer sur une représentation graphique de ce type : les segments rouges ont pour longueur 2 cm et tous les segments bleus ont la même longueur. La première ligne représente le périmètre « déroulé » du carré. La deuxième ligne représente le périmètre « déroulé » du triangle, chacun de ses côtés ayant une longueur 2 cm plus grande que ceux du carré. En « arrangeant » autrement les trois segments de 2 cm de longueur, on voit que le côté du carré doit avoir une longueur de 6 cm, et donc que le périmètre commun doit être de 24 cm.

- Solution par une méthode de fausse position

Si le carré et le triangle équilatéral avaient des côtés de même longueur, la différence des périmètres serait égale à la longueur du côté du carré (qui a un côté de plus que le triangle) ; donc pour que les deux périmètres soient égaux, on a augmenté de 2 cm la longueur de chaque côté du triangle équilatéral, soit de 6 cm en tout (ce qui correspond à la longueur du côté du carré), d'où un périmètre commun de $12 \times 2\ cm = 24\ cm$.

Remarques :

Au- delà de la résolution d'un problème à plusieurs contraintes, l'enjeu de ce problème est de recharger en sens la notion de périmètre comme somme des longueurs des côtés pour un polygone. Ceci est d'autant plus important pour les élèves qui ne perçoivent le périmètre qu'à travers des formules, souvent vides de sens, qu'ils confondent ou mélangent souvent dans ces cas-là.
Pour ceux qui ne connaitraient pas le sens de périmètre, on peut leur montrer qu'une analyse s'appuyant sur une décomposition savante du mot « péri-mètre » et sur des listes de mots connus ayant le même radical leur permettrait de faire des hypothèses sur le sens du mot «périmètre ».

2) Les maths, j'adore......................4 ✸

Réponse : **12 × 6 → 72 : 4 → 18 – 10 → 8 + 3 → 11**.

On peut également répondre **4 × 6 → 24 : 12 → 2 ; 3 – 2 → 1 ; 1 + 10 → 11**.

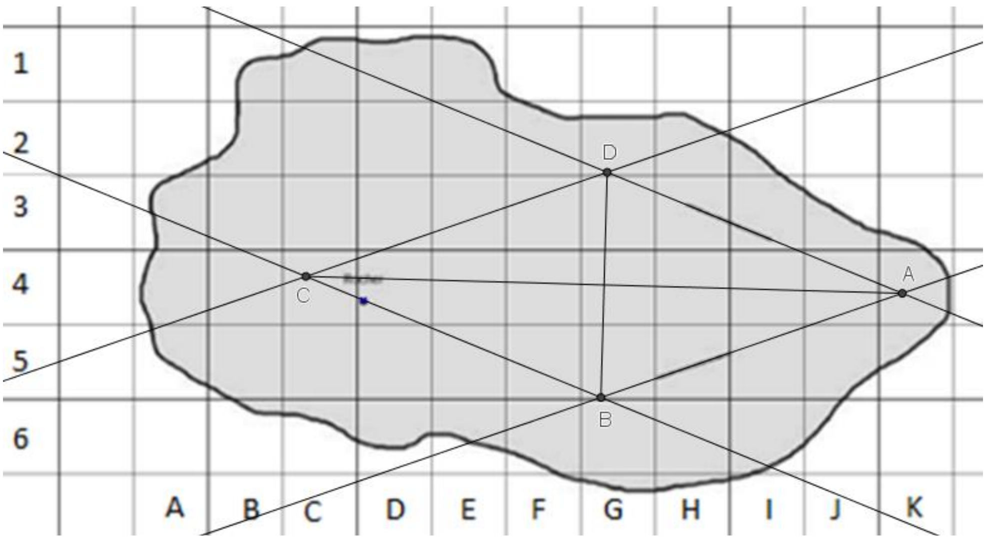
Prolongement :

Existe-t-il d'autres solutions ?
Ce problème est inspiré de ceux posés dans le jeu Mathador chrono© que vous pouvez découvrir en ligne à l'adresse suivante : https://www.mathador.fr/chrono.php.
En réussissant ce problème, vous avez fait le coup Mathador !

3) Où est mon trésor ? ....6 ✸

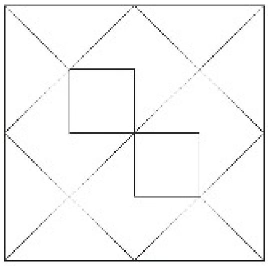
Réponse : le trésor se trouve dans la **case G4**.

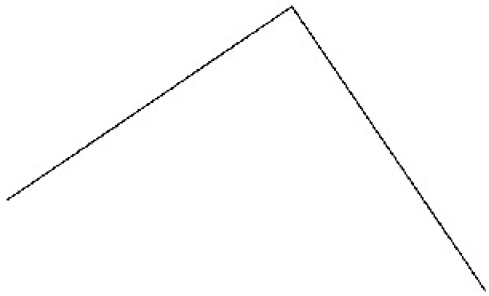
Avant de résoudre le problème, rappelons les propriétés du losange utiles ici : les quatre ont la même longueur et les côtés opposés sont parallèles ; son centre est le point d'intersection des diagonales.
Les deux segments qui constituent une partie de deux côtés sur la carte doivent être prolongés, leur intersection est un des sommets du losange (le point A). À partir du rocher, qui est un point du losange, on construit la droite parallèle au côté opposé qui coupe le côté tracé précédemment en un deuxième sommet (le point B). En fait, on pourrait construire la droite parallèle à l'autre côté du losange, mais cela ne conviendrait pas car alors deux des côtés n'auraient pas la même longueur. Sur cette même droite, il faut construire le point C tel que BA = BC. De la même façon, il faut construire le point D sur le premier côté tracé tel que AB = AD. Le losange est ainsi construit, l'intersection des diagonales permet de trouver l'emplacement du trésor.



Prolongement :

C'est une activité de restauration de figure. Voici un exemple tiré de l'article de Grand N n°93
www-irem.ujf-grenoble.fr/spip/squelettes/fic_N.php?num=93&rang=3





4) De la hauteur..............................8 ✸

Réponse : **22 pliages suffisent**.

On peut organiser ses calculs dans un tableau :

Nombre de pliages	Nombre d'épaisseurs de feuille	Hauteur obtenue
1	2	
2	4 (2×2)	
3	8 (4×2 ou 2×2×2)	
4	16	
5	32	
6	64	
7	128	
8	256	
9	512	Environ 5,7 cm
10	1 024	
11	2 048	
12	4 096	
13	8 192	
14	16 384	
15	32 768	
16	65 536	
17	131 072	
18	262 144	
19	524288	
20	1 048 576	
21	2 097 152	239 m (arrondie au mètre près par défaut)
22	4 194 304	478 m (arrondie au mètre près par défaut)

Avec 512 feuilles on obtient une hauteur d'environ 5,7 cm. En calcul très approché, 1 mètre est environ égal à 20 fois 5,7 cm et 324 m est donc environ égal à 6500 fois 5,7 cm (20 fois 324 c'est presque 20 fois 325 soit 10x2x325 soit 6500). Il n'est donc pas nécessaire d'effectuer le calcul exact avant d'avoir obtenu un nombre d'épaisseurs de feuilles environ égal à 6500x500 soit très approximativement 3 250 000. Ces approximations visent à réduire le nombre de calculs exacts à effectuer car ils sont souvent coûteux.
On peut donc commencer à effectuer les calculs exacts pour 21 pliages.
1 paquet de 500 feuilles correspond à une hauteur de 5,7 cm. On cherche dans 2 097 152 combien il y a de paquets de 500 feuilles : 2 097 152 : 500. On trouve environ 4194 paquets. La hauteur totale est donc d'environ 4 194 × 0,057 m soit 239 m arrondi au m près.
À chaque pliage on double la hauteur obtenue donc au 22ème pliage, on dépassera la hauteur de la Tour Eiffel

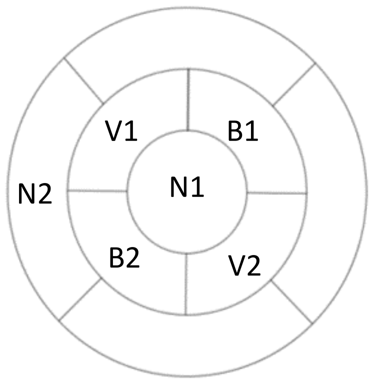
Prolongement :

La légende de l'échiquier de Sissa. On dépose un grain de riz sur la première case d'un échiquier, deux sur la deuxième, trois sur la troisième… et ainsi de suite jusqu'à la dernière case de l'échiquier. La production mondiale de riz de l'année suffirait-elle pour remplir la dernière case ?

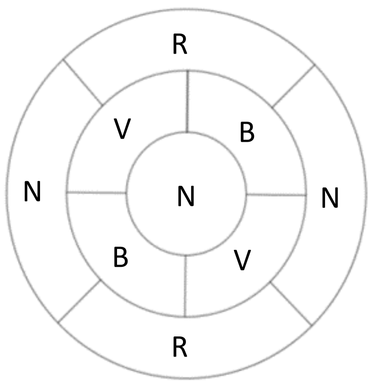
5) Haut en couleur ....10 ✸

Réponse : **il faut choisir au minimum 4 couleurs**.

Il est à peu près évident que deux couleurs ne suffiront pas. Vérifiez-le quand même.
Essayons avec trois couleurs. Pour plus de commodité, on note N pour la couleur « noir », V pour la couleur « vert » et B pour la couleur « bleu », et on indique l'ordre dans lequel on les utilise (par exemple, N1 pour la couleur « noir » pour la première fois).
On colorie les trois premières zones : N1, V1, B1 puis V2, B2. On poursuit avec N2 obligatoirement et on est bloqué.
On ne peut pas colorier ce dessin avec seulement trois couleurs en respectant la contrainte.



Avec quatre couleurs :
On ajoute la couleur « rouge ». On commence par N au centre puis on utilise B et V sur la petite couronne et enfin on termine avec N et R sur la grande couronne.



Prolongement :

On peut essayer de faire colorier les cartes de France métropolitaine avec ces contraintes en nommant les régions. On vous propose celle des régions, il reste à colorier celle des départements !
On peut télécharger les fonds de carte sur le site de l'IGN dédié à l'éducation http://education.ign.fr/college-et-lycee/fonds-de-cartes