Rallye mathématique sans frontière Midi-Pyrénées

Cycle 3 : troisième manche

Mardi 12 mars 2019

École supérieure du professorat et de l'éducation Toulouse Midi-Pyrénées

1) Empilements.........................2 ✸

Réponse : **il faudrait 154 cubes**.

Il s'agit de modéliser, à partir des exemples fournis, le dénombrement des cubes disponibles.
Pour une colonne centrale de 4 cubes, la hauteur de la colonne suivante est de 2 cubes $(4-2)$ puis la suivante possède 1 cube $(2-1)$. On obtient bien $4+4\times(2+1)$ soit 16 cubes. En raisonnant de la même façon, pour une colonne centrale de 5 cubes, on obtient : $5+4\times(3+2+1)$ cubes soit 29 cubes et pour une colonne centrale de 6 cubes, on obtient : $6+4\times(4+3+2+1)$ cubes soit 46 cubes.
On peut en déduire que pour une colonne centrale de 10 cubes, on obtiendra :
$10+4\times(8+7+6+5+4+3+2+1)$ cubes soit 154 cubes.
Autre démarche :
À la colonne centrale de 10 cubes, sont accolés 4 « escaliers » de 8 marches ; quand on assemble d'une certaine façon deux de ces escaliers, on obtient un rectangle de 8×9 cubes. L'empilement a donc en tout $10+2\times(8\times9)$ cubes soit 154 cubes.

Prolongement :

Peut-on réaliser un assemblage similaire avec 631 cubes ?

2) Entier ou décimal ? ....4 ✸

Réponse : **le nombre cherché est 3,75.**

« Si on me multiplie par 100, je deviens un entier compris entre 300 et 500 », donc dans mon écriture simplifiée, j'ai au plus deux décimales après la virgule et je suis compris entre 3 et 5.
« Si on me multiplie par 10, je deviens la moitié d'un nombre entier, mais pas un nombre entier ».
La « moitié d'un nombre entier » qui n'est pas elle–même un nombre entier**,** est un nombre possédant une écriture décimale simplifiée avec un seul chiffre (le chiffre 5), après la virgule. Puisqu'il s'agit de notre nombre multiplié par 10, le chiffre des centièmes du nombre cherché est 5.
Les nombres candidats sont donc : 3,05 ; 3,15 ; 3,25 ; …. ; 3,95 ; 4,05 ; … ; 4,95.
La dernière information permet de trouver le nombre cherché : 3,75.
L'utilisation de la calculatrice ou du tableur pour l'examen des cas dans la dernière phase peut se révéler intéressante ici :

	A	B
1	Nombre possible	Nombre divisé par 5
2	3,05	0,61
3	3,15	0,63
4	3,25	0,65
5	3,35	0,67
6	3,45	0,69
7	3,55	0,71
8	3,65	0,73
9	3,75	0,75
10	3,85	0,77
11	3,95	0,79
12	4,05	0,81
13	4,15	0,83
14	4,25	0,85
15	4,35	0,87
16	4,45	0,89
17	4,55	0,91
18	4,65	0,93
19	4,75	0,95
20	4,85	0,97
21	4,95	0,99

Formules saisies en A3 : = A2 + 0,1 ; en B2 : = A2/5

Prolongement :

Même problème en remplaçant 300 et 500 dans l'énoncé par 500 et 700 puis par 700 et 900.

3) Pentaminos............................6 ✸

Réponse : **L'assemblage B est celui qui a le plus petit périmètre.**

On décide arbitrairement que la mesure de la longueur du côté des carrés assemblés est 1.
On peut calculer les différents périmètres et conclure.
On peut aussi chercher la figure pour laquelle le plus de carrés sont en contact par un côté : 10

Remarque :

Les pentaminos sont des assemblages de cinq carrés selon un de leurs côtés. Il y en a 12. Une activité de recherche de ces 12 assemblages peut être proposée aux élèves.

Prolongement :

Peut-on construire une figure (pas forcément assemblage de carrés) de mesure du périmètre 10 (dans une unité de longueur choisie) et d'aire supérieure à celle de la figure solution obtenue dans le problème ?
Il y a un seul domino et nous l'avons vu 12 pentaminos. Combien y a-t-il de triominos ? de quadriminos ? d'hexaminos ? Dans chaque cas identifier celui qui a le plus petit périmètre.

4) Trois cent trente ....8 ✸

Réponse : **une séquence de touches peut être + 222 + 2 × 2 × 22 + 2 =.**

Cette séquence nécessite 14 touches.

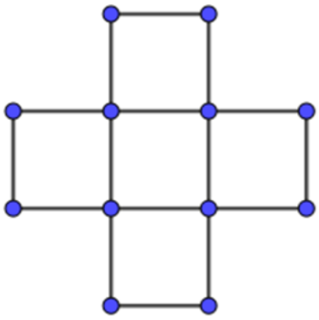
Prolongement :

Et si on autorisait la touche $\boxed{-}$, sur combien de touches faudrait-il appuyer au minimum ?

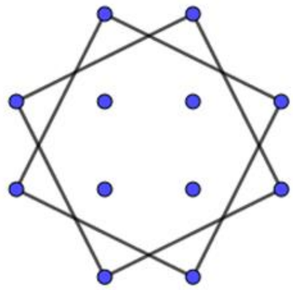
5) Géoplan ....10 ✸

Réponse : **on peut former 11 carrés en tout.**

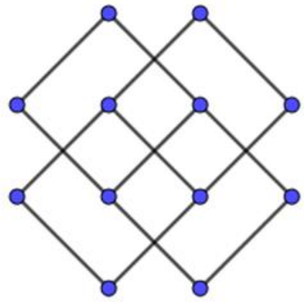
On peut raisonner sur les longueurs de côtés possibles.



5 carrés



2 carrés



4 carrés

Remarque :

Ce problème a pour but d'inciter les élèves à s'affranchir des positions prototypiques des figures et de les percevoir quelles que soient leur orientation dans le plan. De telles compétences naturelles en cycle 1 où ils manipulent beaucoup de formes (donc sans orientations prédéfinies), se perdent ensuite suite à la trop forte prégnance du support papier dans les situations géométriques généralement proposées aux élèves.

Les géoplans constituent un matériel intéressant en géométrie parce qu'entre autre, il permet des constructions rapides et variées de polygones. Pour aller plus avant avec cet outil de géométrie, nous vous recommandons le très riche site de Jean-François Grelier http://www.apprentissages-geometriques.com/.

Prolongement :

Même question avec 16 clous plantés ainsi :