Rallye mathématique sans frontière Midi-Pyrénées

Cycle 3 : suite de la deuxième manche

Jeudi 23 janvier 2020

1) Trouver le nombre qui a le plus d'amis…. 2 ✷

Réponse : Le nombre qui apparait le plus grand nombre de fois (8 fois) dans les cases blanches de sa grande table est **60.**

×	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	32	34	36	38	40
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36	39	42	45	48	51	54	57	60
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48	52	56	60	64	68	72	76	80
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	100
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72	78	84	90	96	102	108	114	120
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84	91	98	105	112	119	126	133	140
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96	104	112	120	128	136	144	152	160
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99	108	117	126	135	144	153	162	171	180
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200
11	11	22	33	44	55	66	77	88	99	110	121	132	143	154	165	176	187	198	209	220
12	12	24	36	48	60	72	84	96	108	120	132	144	156	168	180	192	204	216	228	240
13	13	26	39	52	65	78	91	104	117	130	143	156	169	182	195	208	221	234	247	260
14	14	28	42	56	70	84	98	112	126	140	154	168	182	196	210	224	238	252	266	280
15	15	30	45	60	75	90	105	120	135	150	165	180	195	210	225	240	255	270	285	300
16	16	32	48	64	80	96	112	128	144	160	176	192	208	224	240	256	272	288	304	320
17	17	34	51	68	85	102	119	136	153	170	187	204	221	238	255	272	289	306	323	340
18	18	36	54	72	90	108	126	144	162	180	198	216	234	252	270	288	306	324	342	360
19	19	38	57	76	95	114	133	152	171	190	209	228	247	266	285	304	323	342	361	380
20	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200	220	240	260	280	300	320	340	360	380	400

Rallye mathématique sans frontière Midi-Pyrénées

IRES TOULOUSE

Cycle 3 : suite de la deuxième manche

Jeudi 23 janvier 2020

INSPE Institut national supérieur du professorat et de l'éducation Toulouse Occitanie-Pyrénées

Il faut compléter la table en utilisant les faits arithmétiques connus dont les tables de multiplication, par additions itérées… La table est symétrique par rapport à une des diagonales. Pour s'économiser, on peut ne travailler que sur une demi-table. On travaille par colonne et dès que l'on rencontre plus de trois fois un nombre (12, 20, 24, 36, 40, 48, 60, 72, 80, 120…), on le retient comme candidat potentiel et on décide de colorier les cases dans lesquelles il se trouve. On remarque que dans une colonne, les nombres sont rangés en ordre croissant ce qui peut permettre d'accélérer la recherche. On peut se partager les tâches de manière coopérative pour remplir la table et pour dénombrer les occurrences des candidats potentiels.

Remarque : Cet exercice peut concourir à la structuration arithmétique des nombres en mobilisant implicitement la notion de multiples. La commutativité de la multiplication permettrait d'apparaître comme outil pour réduire la tâche. Cela permet de faire remarquer que certains nombres apparaissent plus souvent dans les tables, ont plus de liaisons multiplicatives que d'autres (ont plus de diviseurs que d'autres).
On peut ainsi illustrer l'intérêt de la base sexagésimale (base 60), h/min/s.

Prolongements : Si on prolonge la table jusqu'à 25, ou 30, le nombre 60 reste-t-il leader en ce domaine ?

2) Retrouver le bon nombre .... 4 ✸

Réponse : **Le nombre cherché est 24 000 975.**

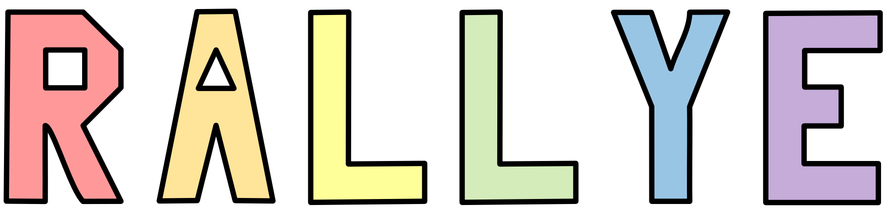
Il a 24 millions, donc c'est un nombre à 8 chiffres (24 _ _ _ _ _ _). Il a mille fois plus de milliers que de millions, donc 24 000 milliers donc (24 000 _ _ _). C'est un multiple de 25, donc il doit se terminer par 00, 25, 50 ou 75 ; pour ces quatre cas, on cherche quelle peut être la valeur du seul chiffre manquant, le chiffre des centaines qui doit être inférieur ou égal à 9 ; cette dernière contrainte exclut les trois premiers cas, d'où la seule solution 24 000 975

Remarque : les élèves ne connaissent pas les critères de divisibilité par 25 mais « être multiple de … », c'est « être dans la table de … » et l'écriture du début de la table de 25 peut faire émerger naturellement le critère.
Cet exercice permet de faire appréhender les grands nombres à la fois d'un point de vue de la numération (contraintes sur les unités de numérations) et d'un point de vue arithmétique (multiple) ; remarquons que si on avait remplacé la 2^{e} contrainte par « Il est multiple de 9 », on aurait eu deux solutions.

Prolongements : par binômes, faire construire de tels énoncés aux élèves en leur demandant par exemple de mobiliser au moins un critère de divisibilité dans les informations données ; les énoncés sont ensuite proposés à toute la classe.

3) Retrouver les bonnes couleurs .... 6 ✸

Réponse : **Le R est rouge, le A orange, les L jaune et vert, le Y bleu et le E violet.**



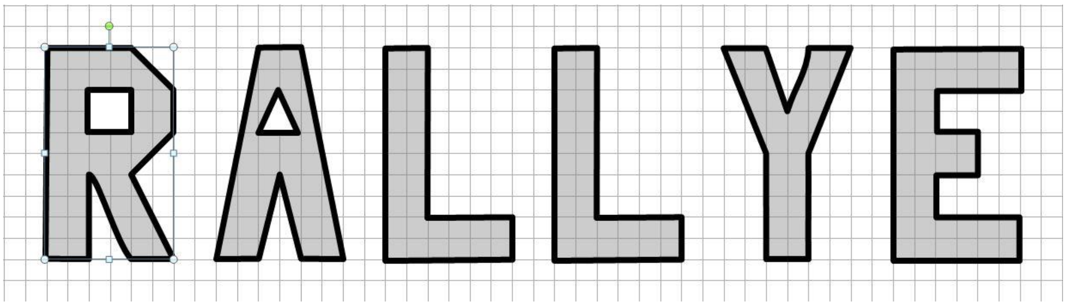
Rallye mathématique sans frontière Midi-Pyrénées

Cycle 3 : suite de la deuxième manche

IRES TOULOUSE

INSPE Institut national supérieur du professorat et de l'éducation Toulouse Occitanie-Pyrénées

Jeudi 23 janvier 2020

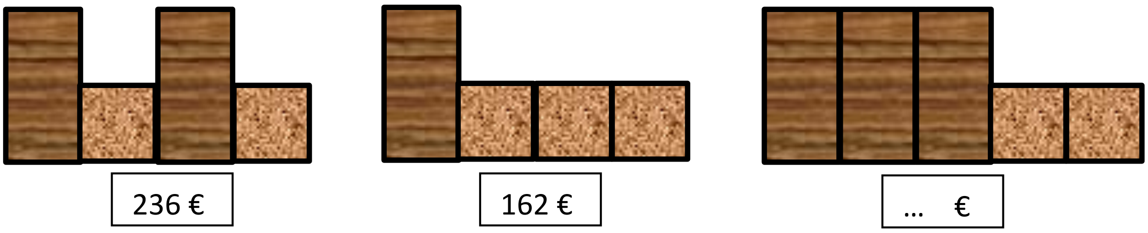


Pour certaine lettres, il suffira de dénombrer les carreaux qui la constituent, pour d'autres la perception du triangle rectangle comme un demi-rectangle permet de retrouver efficacement l'aire. On peut procéder par décomposition en sous-figures ou par recherche du complément au rectangle 6×10. On obtient comme aires 44c pour R, 34c pour A, 28c pour L, 27c pour Y, 40c pour E (c étant l'aire un carreau du quadrillage) ; l'ordre des aires (Y < L < A < E < R) comparées à l'ordre des nombres de pots de différentes couleurs (13 < 14 < 17 < 20 < 22) permet d'identifier la couleur de chaque lettre (R rouge, A orange, L jaune, L vert, Y bleu, E violet). Le même nombre de pots pour les couleurs jaune et vert permettait de les affecter aux lettres L.

Remarque : ce problème peut permettre d'approcher le concept d'aire sans le nommer. Cette situation est accessible même pour ceux qui n'ont pas encore vu les aires et elle peut éventuellement servir de point d'appui au moment de l'introduction des mesures d'aires après avoir fait dans un premier temps des comparaisons par découpages-réassemblages sans mesures. De plus l'approche perceptive peut être trompeuse en conjecturant le E comme lettre de plus grande aire, ce qui peut motiver le passage à la mesure.

Prolongements : On peut leur proposer d'autres lettres pour écrire MATH par exemple et leur demander le nombre de pots de peinture à acheter pour chacune d'elles (proportionnalité).

4) Retrouver le bon prix .... 8 ✸



Réponse : **La troisième composition coute 332 €.**

Par un raisonnement arithmétique, on peut déduire du prix de la première composition le prix d'une composition formée d'un élément haut et d'un élément bas, soit 236 € : 2 = 118 €. Avec cette nouvelle information, on peut alors déduire du prix de la deuxième composition, le prix de deux éléments bas (162 € – 118 € = 44 €), soit 22 € pour un élément bas. Cela permet de trouver le prix d'un élément haut (118 € – 22 € = 96 €).

On en déduit le prix de la troisième composition (3 × 96 € + 2 × 22 € = 332 €) ou (236 € + 96 € = 332 €)

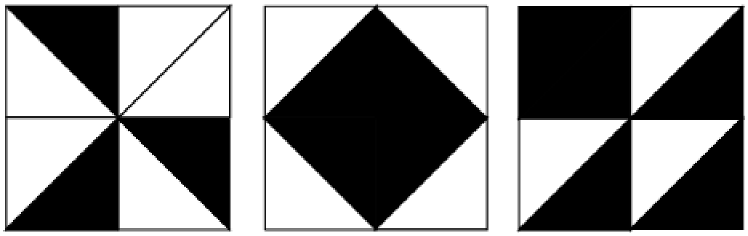
Rallye mathématique sans frontière Midi-Pyrénées

Cycle 3 : suite de la deuxième manche

Jeudi 23 janvier 2020

Remarque : Des problèmes complexes à plusieurs étapes permettent de travailler significativement toutes les compétences fondamentales en mathématiques et tout particulièrement les compétences « chercher » et « raisonner ».

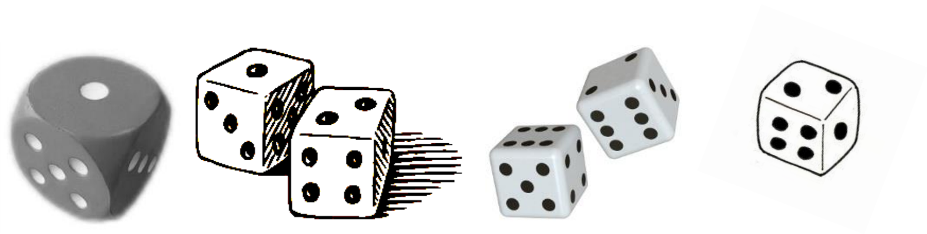
Prolongements : On fabrique des badges à l'aide de triangles, tous de même forme, dont certains sont noirs et les autres sont blancs. Les triangles de même couleur sont tous au même prix. Le badge numéro 1 revient à 20,50 € ; le badge numéro 2 revient à 22 €. À combien revient le badge numéro 3 ?



Badge n° 1 Badge n° 2 Badge n° 3

5) Reconnaitre les bons dés......................... 10 ✸

Réponse : Les dés **C et F** sont des dés « standards ».



B C D E F G

On pourra utiliser des dès « standards » éventuellement disponibles dans la classe ou des cubes sur lesquels on colle des étiquettes-constellations. On peut aussi utiliser un patron de cube sur lequel on dessine les constellations avec les contraintes du dé « standard ».
On essaie ensuite de retrouver le point de vue de la représentation proposée pour chaque dé (B, C, D, E, F, G).

Remarque : sur un dé « standard », les triplets (1 ; 2 ; 3) (4 ; 5 ; 6) (1 ; 3 ; 5) et (2 ; 4 ; 6) doivent tous apparaître dans le sens antihoraire. Cet exercice sollicite des compétences relatives à l'orientation de l'espace en 3 dimensions et l'interprétation de représentations en perspective.

Prolongement : On peut leur demander de dessiner les vues arrières des dés proposés dans cet exercice.