

Rallye mathématique sans frontière Midi-Pyrénées



Cycle 3 : troisième manche
du mardi 16 mars 2021 (réponses)



1) Combien de nombres ? 2 *

Réponse : il y a **10 nombres** qui satisfont à ces contraintes.

Solution : La somme des chiffres d'un nombre à deux chiffres est comprise entre 1 (10) et 18 (99). Si cette somme est un multiple de 9, elle est donc égale à 9 ou à 18.

Or $9 = 1 + 8 = 2 + 7 = 3 + 6 = 4 + 5 = 5 + 4 = 6 + 3$

et $9 = 7 + 2 = 8 + 1 = 9 + 0$

$18 = 9 + 9$.

Il y en a donc **9 + 1** soit **10** en tout.

Autre méthode : si on connaît le critère de divisibilité par 9, la contrainte proposée dans l'énoncé revient à chercher le nombre de multiples de 9 compris entre 10 et 99 en n'oubliant pas les multiples au-delà qui ne sont pas dans la table utilisée pour les techniques opératoires.

Autre méthode : On peut aussi explorer par exhaustion des cas la liste des nombres compris entre 10 et 99.

Remarque(s) : cela peut être l'occasion pour découvrir ou revoir certains critères de divisibilité.

Attention les multiples d'un nombre ne se limitent pas aux nombres écrits usuellement dans la table de multiplication de ce nombre.

Prolongement : idem pour les nombres à trois chiffres

2) Les grains de Sissa 4 *

Réponse : le millionième grain est placé sur la **20^e case**.

Solution(s).

numéro de la case	nombre de grains sur la case	nombres de grains déjà placés sur l'échiquier
1	1	1
2	2	3
3	4	7
4	8	15
5	16	31
6	32	63
7	64	127
8	128	255
9	256	511
10	512	1023
11	1024	2047
12	2048	4095
13	4096	8191
14	8192	16 383
15	16384	32 767

16	32768	65 535
17	65536	131 071
18	131072	262 143
19	262144	524 287
20	524288	1 048 575
21	1048576	2 097 151

Remarque(s) : cela peut être éventuellement l'occasion d'accompagner les élèves divers outils de calcul instrumenté.

La fonction « opérateur constant » implémenté dans la plupart des calculatrices (il suffit alors de dénombrer le nombre d'appuis sur la touche \times jusqu'à ce qu'un nombre à 7 chiffres apparaisse).

Avec l'utilisation de scratch dans le domaine numérique grâce à un bloc répéter jusqu'à...



Numéro de la case **20**

Sprite1: Nombre de grains sur la case **524288**

Sprite1: Nombre de grains sur l'échiquier **1048574**



On peut aussi découvrir l'utilisation d'un tableur

Prolongement :

Quelle est la masse de riz posée sur la 20^e case de l'échiquier ? sur tout l'échiquier ? Comparer avec la production mondiale de riz (travail sur les grands nombres).

Rallye mathématique sans frontière Midi-Pyrénées



Cycle 3 : troisième manche
du mardi 16 mars 2021 (réponses)



3) L'article soldé 6 *

Réponse : l'article coûtait initialement 12 euros.

Solution arithmétique: La réduction associée au quart du prix augmenté avant la réduction) est de 4 €, donc le prix avant la réduction est 4×4 € soit 16 €. Le prix initial est donc de 16 € - 4 € soit 12 euros.

Modélisation graphique par un diagramme en barre :



On pourrait ajouter une étape intermédiaire dans le choix de la représentation



Le prix d'avant augmentation le lundi est donc de 3×4 € soit 12 €.

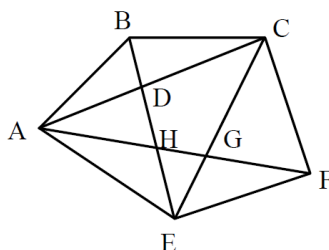
Remarque(s) : à partir du CM2 on pourra s'appuyer sur ce problème pour faire le lien avec les fractions d'une quantité (50 % pour la moitié ; 25 % pour le quart ; 75 % pour les trois quarts ; 10 % pour le dixième).

Prolongement : ... et si on avait retrouvé le prix initial en soldant à - 50 % ? à - 10 % ?

4) Que de triangles ! 8 *

Réponse : Il y a 20 triangles dessinés dans ce pentagone.

Solution(s). Beaucoup de soin et de méthode pour ne pas en oublier et pour ne pas les compter deux fois, permettent d'identifier 20 triangles dans ce pentagone. Nommons pour cela tous les sommets (A, B, C, D, E, F, G, H) comme sur la figure ci-contre.



Première méthode : le pentagone est constitué de sept (7) triangles et d'un quadrilatère « élémentaires » (CBD, BAD, DAH, HAE, HEG, GEF, GFC et CDHG). On cherche ensuite tous les triangles possibles (6) construits par assemblage de deux triangles élémentaires (ABC, ABH, DAE, AEG, EFH, EFC), puis tous les triangles possibles (2) construits par assemblage de trois triangles élémentaires (ABE, AEF), puis tous les triangles possibles (2) construits par assemblage d'un triangle et du

quadrilatère élémentaires (ACG, CDE), puis tous les triangles possibles (2) construits par assemblage de deux triangles et du quadrilatère élémentaires (BCE, ACF) puis tous les triangles possibles (1) construits par assemblage de trois triangles et du quadrilatère élémentaires (ACE). On vérifie qu'il n'y a pas d'autres possibilités, on en trouve (20) en tout. Deuxième méthode par exhaustion de tous les cas possibles : on énumère dans l'ordre alphabétique tous les triangles possibles et on barre ceux qui ne sont pas dessinés.

ABC ACD ADE AEF AFG AGH ABD ACE ADF AEG AFH ABE ACF ADG AEH ABF ACG ADH ABG ACH ABH	BCD BDE BEF BFG BGH BCE BDF BEG BFH BCF BDG BEH BCG BDH BCH
CDE CEF CFG CGH CDF CEG CFH CDG CEH CDH	DEF DFG DGH DEG DFH DEH
EFG EGH EFH	FGH

Il y a 20 triangles dessinés dans ce pentagone.

Remarque(s) : stratégie de recherche dans un problème de recherche de tous les cas possibles et, citant Duval, "deux types de capacités doivent être développées parallèlement chez les élèves pour les faire entrer dans la manière mathématique de voir les figures [dont] la reconnaissance de toutes les figures 2D qui potentiellement peuvent être reconnues dans un réseau de droites 1D où elles ne sont pas d'emblée visibles." (Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie : développement de la visualisation, différenciation des raisonnements et coordination de leurs fonctionnements, Duval, 2005)

Prolongements : d'autres exemples sur le site

<http://villemin.gerard.free.fr/GeomLAV/Triangle/Particul/TrqTrq.htm>

Rallye mathématique sans frontière Midi-Pyrénées



Cycle 3 : troisième manche
du mardi 16 mars 2021 (réponses)



5) Découper un carré 10 *

Réponse : le périmètre de ce carré est 44 cm.

Solution :

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19 + 21 = 121$$

$$= 11^2$$

Le carré a donc ses côtés de longueur 11 cm ; son périmètre est donc de 4×11 cm soit 44 cm.

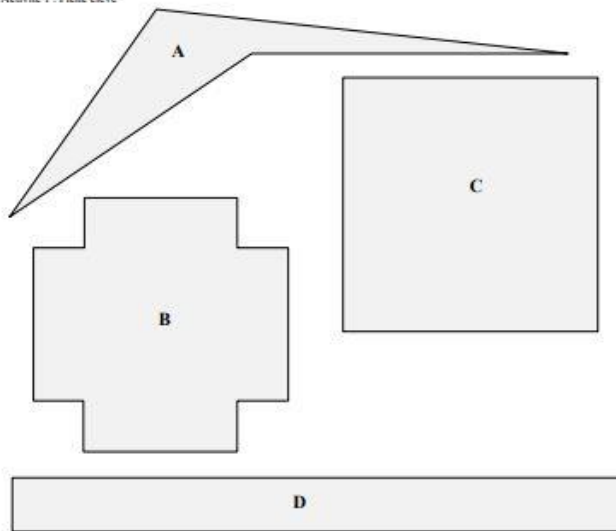
Remarque(s) : Attention à bien identifier les grandeurs considérées.

Prolongement :

Pour un travail en dehors de la mesure, permettant de construire le sens des grandeurs, on pourra proposer par exemple des tâches de comparaison du type suivant extraites du dossier Aire et Périmètre réalisé par le groupe national de réflexion sur l'enseignement des mathématiques en dispositifs relais.

(https://cache.media.eduscol.education.fr/file/education_prioritaire_et_accompagnement/06/0/aire_perimetre_tout_115060.pdf)

Activité 1 : Fiche élève



Comparaison deux à deux des surfaces A, B, C et D

- D'après leur périmètre :

périmètre de A	périmètre de B
périmètre de A	périmètre de D
périmètre de B	périmètre de D

périmètre de A	périmètre de C
périmètre de B	périmètre de C
périmètre de C	périmètre de D

- D'après leur aire :

aire de A	aire de B
aire de B	aire de C

aire de A	aire de C
aire de B	aire de D

aire de A	aire de D
aire de C	aire de D

Classement de la plus petite à la plus grande

D'après leur périmètre : _____

D'après leur aire : _____