Rallye mathématique sans frontière Occitanie-Pyrénées

Cycle 3 : première manche (réponses)

du mardi 22 novembre 2022

IRES TOULOUSE

INSPÉ Institut national supérieur du professorat et de l'éducation Toulouse Occitanie-Pyrénées

1) Dans mes pensées........................ 2 ✸

Réponse : **Le nombre cherché est 56.**

Solutions (méthodes non hiérarchisées) :

Méthode 1 : Par recherche du chiffre des dizaines. Intuitivement, on peut penser qu'il s'agit du 5.

Testons avec 4. Le plus grand nombre à deux chiffres ayant 4 pour chiffre des dizaines est 49. En écrivant 5 à sa droite, on obtient 495. Le nombre de départ ne peut donc pas avoir augmenté de 509.

De même avec le chiffre 6. Le plus petit nombre à deux chiffres ayant 6 pour chiffre des dizaines est 60. En écrivant 5 à sa droite, on obtient 605. Le nombre de départ a donc augmenté de 545.

Cherchons donc le nombre avec 5 comme chiffre des dizaines. En reformulant l'énoncé, en augmentant le nombre initial de 509, on doit obtenir un nombre ayant 5 comme chiffre des unités. Le seul nombre à un chiffre qui ajouté à 9 donne un nombre ayant 5 pour chiffre des unités est 6. Le nombre cherché est donc 56.

Vérification : $56 + 509 = 565$

Méthode 2 : En posant une opération à trous. On peut modéliser la recherche du nombre inconnu sous la forme d'une opération à trous

a) une addition

$$\begin{array}{cccc} & & \dots & \dots \\ + & 5 & 0 & 9 \\ \hline & \dots & \dots & 5 \end{array} \qquad \begin{array}{cccc} & & ① & \\ & & \dots & 6 \\ + & 5 & 0 & 9 \\ \hline & \dots & \dots & 5 \end{array} \qquad \begin{array}{cccc} & & ① & \\ & & \dots & 6 \\ + & 5 & 0 & 9 \\ \hline & \dots & 6 & 5 \end{array} \qquad \begin{array}{cccc} & & ① & \\ & & 5 & 6 \\ + & 5 & 0 & 9 \\ \hline & \dots & 6 & 5 \end{array} \qquad \begin{array}{cccc} & & ① & \\ & & 5 & 6 \\ + & 5 & 0 & 9 \\ \hline & 5 & 6 & 5 \end{array}$$

Le nombre cherché est 56

b) une soustraction (technique par emprunt)

$$\begin{array}{cccc} & \dots & \dots & 5 \\ - & 5 & 0 & 9 \\ \hline & & \dots & \dots \end{array} \qquad \begin{array}{cccc} & \dots & \dots & {}_1 5 \\ - & 5 & 0 & 9 \\ \hline & & \dots & 6 \end{array} \qquad \begin{array}{cccc} & \dots & 6 & {}_1 5 \\ - & 5 & 0 & 9 \\ \hline & & \dots & 6 \end{array} \qquad \begin{array}{cccc} & & 5 & \\ & \dots & \cancel{6} & {}_1 5 \\ - & 5 & 0 & 9 \\ \hline & & \dots & 6 \end{array} \qquad \begin{array}{cccc} & & 5 & \\ & 5 & \cancel{6} & {}_1 5 \\ - & 5 & 0 & 9 \\ \hline & 0 & 5 & 6 \end{array}$$

une soustraction (technique par compensation)

$$\begin{array}{cccc} & \dots & \dots & 5 \\ - & 5 & 0 & 9 \\ \hline & & \dots & \dots \end{array} \qquad \begin{array}{cccc} & & & +⑩ \\ & \dots & \dots & 5 \\ - & 5 & 0 & 9 \\ & & +① & \\ \hline & & \dots & 6 \end{array} \qquad \begin{array}{cccc} & & & +⑩ \\ & \dots & 6 & 5 \\ - & 5 & 0 & 9 \\ & & +① & \\ \hline & & & 6 \end{array} \qquad \begin{array}{cccc} & & & +⑩ \\ & \dots & 6 & 5 \\ - & 5 & 0 & 9 \\ & & +① & \\ \hline & & 5 & 6 \end{array} \qquad \begin{array}{cccc} & & & +⑩ \\ & 5 & 6 & 5 \\ - & 5 & 0 & 9 \\ & & +① & \\ \hline & 0 & 5 & 6 \end{array}$$

Méthode 3 : En s'appuyant sur la numération

En écrivant un 5 à droite de mon nombre, le chiffre des unités de mon nombre initial devient le chiffre des dizaines du nouveau nombre et celui des dizaines devient celui des centaines. Mon nombre initial devient le nombre de dizaines du nouveau nombre. Le nouveau nombre est donc constitué de 10 fois mon nombre initial augmenté de 5 unités. L'écart entre mon nombre final est donc égal à 9 fois mon nombre initial augmenté de 5 unités. On en déduit que 9 fois mon nombre initial est égal à 509-5 soit 504. Mon nombre initial est donc égal à 504 : 9 soit 56.

Mon nombre est ♦■

Je sais que ♦ et ■ sont des chiffres entre 0 et 9.
J'écris le calcul posé correspondant à l'énoncé :

$$\begin{array}{cccc} & 5 & 0 & 9 \\ + & & \blacklozenge & \blacksquare \\ \hline & \blacklozenge & \blacksquare & 5 \end{array}$$

9 + ■ = 5 est impossible car 9>5. Je déduis qu'il y a une retenue au rang des dizaines et qu'il faut chercher 9 + ■ = 15. Donc ■=6

$$\begin{array}{cccc} & & +1 & \\ & 5 & 0 & 9 \\ + & & \blacklozenge & 6 \\ \hline & \blacklozenge & 6 & 5 \end{array}$$

Il me reste à résoudre 1+0+♦ = 6 ; je trouve que ♦ = 5 fonctionne.

$$\begin{array}{cccc} & & +1 & \\ & 5 & 0 & 9 \\ + & & 5 & 6 \\ \hline & 5 & 6 & 5 \end{array}$$

Remarque : Ce problème permet de mobiliser les propriétés de notre numération et d'utiliser le fonctionnement des techniques opératoires comme outils pour résoudre des problèmes.

Prolongement : Je suis un nombre à deux chiffres, si j'échange mon chiffre des unités avec mon chiffre des dizaines, j'augmente de 33. Qui suis-je ?

2) Quelle tache................................ 4 ✸

Réponse : **Stan a taché 88 cases.**

Solutions (méthodes non hiérarchisées) :

On ne peut dénombrer les cases tachées car certaines ne sont pas visibles ! Il faut donc penser à dénombrer les cases non tachées. Elles sont au nombre de 12 (2 en ligne 1 ; 1 en ligne 2 ; 1 en ligne 4 ; 1 en ligne 5 ; 2 en ligne 6 ; 2 en ligne 7 ; 2 en ligne 9 ; 1 en ligne 10). Il faut ensuite déterminer le nombre total de cases du quadrillage en dénombrant le nombre de

cases sur la largeur (il y en a 10) et la longueur (il y en a 10 aussi), soit 100 cases sur le quadrillage. Le nombre de cases tachées est égal à 100-12 soit 88.
Autre méthode : on trace les lignes du quadrillage (en une couleur visible sur le noir, rouge par exemple) et on dénombre les cases tachées.

Remarque :
"Quand on enlève ce que l'on voit, on trouve ce que l'on ne voit pas." Les deux calculs (nombre total de cases par une multiplication et nombre de cases tachées par une soustraction) permettent d'accéder à un nombre de cases tachées que l'on ne peut obtenir directement par comptage ici.

Prolongement :
Parmi les nombres à deux chiffres, combien comportent au moins un chiffre 7 ?

3) Les enveloppes .... 6 ✸

Réponse : **Il peut y avoir les nombres 1 et 7, 0 et 8 ou 3 et 5**

Solution :
On peut lister en s'organisant les décompositions possibles des nombres inscrits sur les enveloppes en commençant par 3 par exemple :

Décompositions possibles de 3	Décompositions encore possibles de 7	Décompositions encore possibles de 8	Décompositions encore possibles de 13	Décompositions encore possibles de 14
0+3	1+6 (*)	Pas de décomposition de 8 possible avec les cartes restantes		
0+3	2+5 (*)	1+7	4+9	6+8
1+2	0+7	3+5	4+9	6+8
1+2	3+4	0+8	6+7	5+9

(*) À ce stade, 7 ne peut se décomposer qu'en 1+6 ou 2+5 car 0+7 et 3+4 ne sont plus possibles le 3et le 0 ayant été utilisés.
On peut dresser a priori la liste de toutes les décompositions additives des 5 nombres inscrits sur les enveloppes en somme de 2 nombres inscrits sur les cartes. Le tableau aide ensuite à organiser la recherche des décompositions compatibles entre elles.

Remarque(s) :
Cet énoncé permet de préciser le contrat didactique en mathématique ; on attend ici tous les nombres qu'il peut y avoir dans l'enveloppe.
Ce problème à plusieurs contraintes contraint les élèves à organiser leurs essais afin de viser l'exhaustivité des solutions.
L'organisation en tableau ou en arbre aide ensuite à organiser la compatibilité des décompositions additives entre elles.
L'utilisation de cartes-nombres en papier aide à ne prendre en compte que les cartes non encore utilisées dans les décompositions précédentes.

Prolongement :
Même questions avec des enveloppes sur lesquelles sont inscrits les nombres : 5 ; 7 ; 9 ; 11 et 13.

4) *Code secret* .... 8 ✸

Réponse : **COOPERER**

Rallye mathématique sans frontière Occitanie-Pyrénées

Cycle 3 : première manche (réponses)

du mardi 22 novembre 2022

Solution :

La première case de la table permet d'inférer qu'il s'agit d'une table de multiplication de Pythagore. On procède ensuite au décodage de chaque nombre (24 s'obtenant comme produit 4×6 ou 6×4 ou 3×8 ou 8×3 code la lettre A dans la table ; puis 81 s'obtenant comme produit 9×9 code la lettre H dans la table ; etc.

×	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	T	Y	P	L	Z	I	W	D	O
2	Y	L	I	D	N	F	U	L	I
3	P	I	O	F	K	I	S	A	P
4	L	D	F	L	R	A	A	V	C
5	Z	N	K	R	X	T	M	E	R
6	I	F	I	A	T	C	J	Q	B
7	W	U	S	A	M	J	G	N	M
8	D	L	A	V	E	Q	N	C	T
9	O	I	P	C	R	B	M	T	H

On décode lettre à lettre en recherchant le nombre fourni comme produit de deux nombres :

24.A 81.H 16.L 40E. 45.R 24.A 16.L 16.L 02.Y 40E 63.M 24.A 72.T 81.H 64.C 81.H
40.E 45.R 64.C 81.H 40E 45.R 40.E 72.T 64.C 09.O 09.O 27.P 40E 45.R 40.E 45.R
64.C 40.E 21.S 72.T 32.V 45.R 24.A 18.I 63.M 40.E 56.N 72.T 21.S 14.U 27.P 40.E
45.R

On obtient alors le haïku suivant (aux signes de ponctuation près) :

> Ah ! Le rallye math
> Chercher et coopérer,
> C'est vraiment super !

Le septième mot est « COOPÉRER ».

Remarques :

Les élèves peuvent coopérer (une ligne chacun par exemple) pour décoder plus rapidement le message (ici le haïku). Ce problème permet de mobiliser les tables de multiplication dans les deux sens, ce qui renforce leur étayage.

Pour que le décodage sur plusieurs messages, il est important de changer régulièrement la grille (en respectant la contrainte une même lettre pour un même produit) ; il est donc judicieux de coder les produits les moins bien mémorisés (54, 56, …) par les lettres les plus fréquentes (e,s,a,r,t,i,n,u,l,o,d,c…) si le message est en français ou (e,s,d,n,t,r,y,o…) si le message est en anglais.

Cette mobilisation des résultats des tables de multiplication « à l'envers » participe à « faire vivre » les nombres dans des relations additives 24 c'est 20+4 ou 23+1 ou 30-6 mais aussi multiplicatives comme dans ce problème 24 c'est aussi 3×8 ou 8×3 ou 4×6 ou 6×4.

Prolongements :

Par groupes, les élèves peuvent coder des messages et le faire décoder par leurs camarades.

On trouvera des exercices similaires dans les brochures Jeux de l'APMEP (https://www.apmep.fr/Les-brochures-de-l-APMEP)

Ils peuvent également faire des recherches sur la structure des haïkus (trois vers en structure 5/7/5) et en produire eux-mêmes (sur des objets ou relations mathématiques par exemple).

5) Le cube MAT .... 10 ✸

Réponse : **La figure D.**

Solutions (méthodes non hiérarchisées) :

a) Par discrimination en prenant en compte la notion de patron, les faces ayant les lettres M et T.

Le patron B est incorrect, on ne pourrait pas former un cube avec cette figure car on ne peut pas plier les 4 carrés assemblés en un plus grand carré.

Le patron C est exclu car la barre horizontale du T parallèle aux barres verticales du M.

Le patron A est exclu car c'est la pointe du T qui est la plus proche des barres verticale de la lettre M et non la barre horizontale.

b) Par découpage des différents patrons et réalisation des cubes (lorsque c'est possible), on dispose à l'identique le cube, on observe que c'est le patron D qui est le correct.

Remarques :

Ce problème se centre sur le passage du plan à l'espace, sur les changements de points de vue qui peuvent être faits mentalement ou directement sur un cube et des candidats-patrons reproduits. Il convoque principalement des compétences spatiales incontournables (se décentrer, changer de point de vue) en géométrie bien que peu souvent conscientisées.

Il permet de rappeler qu'un solide peut être fabriqué à partir de patrons.

Prolongements :

- Modifier les figures A, B, C pour obtenir un patron de ce cube avec le minimum de modifications.
- Tracer le plus de patrons possibles de ce cube ; ce sera l'occasion de découvrir qu'un cube – indépendamment des inscriptions sur ses faces – peut avoir 11 patrons différents.