Rallye mathématique sans frontière Occitanie-Pyrénées

Cycle 3 : deuxième manche (réponses)

du lundi 23 janvier 2023

IRES TOULOUSE

INSPE Institut national supérieur du professorat et de l'éducation Toulouse Occitanie-Pyrénées

1) Marc part en voyage ....2 ✸

Réponse : Marc passera **7 heures et 5 minutes** dans les trains entre Rodez et Saint-Jean-de-Luz**.**

Solution :

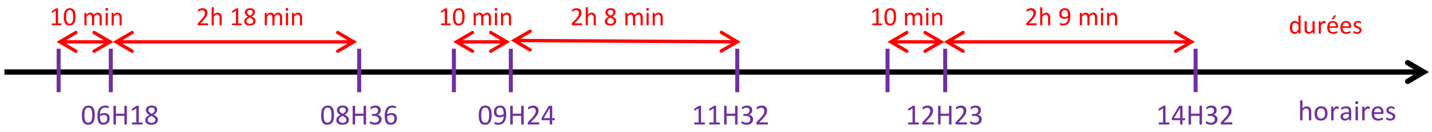
Temps passé dans le train TER Rodez–Toulouse : 8H36 – 6H18 = 2 h 18 min

Temps passé dans le train Intercités Toulouse–Bordeaux : 11H32 – 9H24 = 2 h 8 min

Temps passé dans le train TGV Bordeaux–Saint-Jean-de-Luz : 14H32 – 12H23 = 2 h 9 min

Puis qu'il monte 10 min dans chaque train avant son départ :

10 min + 2 h 18 min + 10 min + 2 h 8 min + 10 min + 2 h 9 min = 6 h 65 min soit 7 h 5 min (car 1 h = 60 min)



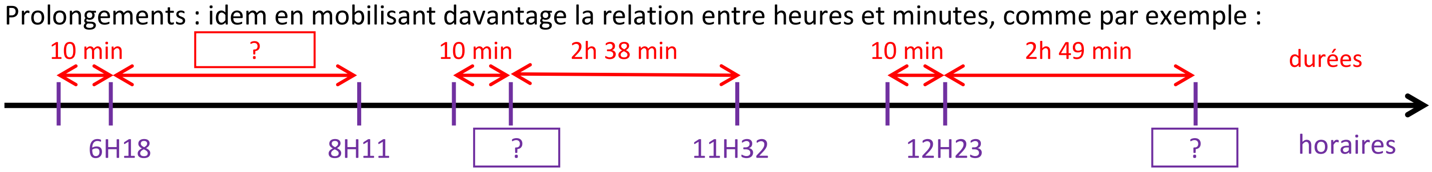
Remarque(s) : ici l'enjeu est d'une part l'articulation entre deux grandeurs différentes, les horaires (grandeur repérable en violet ci-dessus) et les durées (grandeur mesurable en rouge ci-dessus), et d'autre part la relation entre unités de durées (1 h = 60 min) ; il est pertinent de distinguer par la forme comme ci-dessus ces deux grandeurs, d'autant plus qu'elles réfèrent toutes les deux à l'heure.

Il s'agit dans un premier temps ici de calculer des durées entre deux horaires ; on peut aussi faire calculer l'horaire de fin (respectivement de départ) d'un évènement connaissant sa durée et son horaire de départ (respectivement de fin).

Il s'agit ensuite de calculer sur des durées (ici addition) en mobilisant éventuellement les relations entre les unités de durées. Plusieurs procédures sont possibles,

- *le déplacement des aiguilles sur une horloge*
- *le jalonnement sur la droite temporelle (de 6H18 à 7H puis de 7H à 8H puis de 8H à 8H36 ou de 6H18 à 8H18 puis de 8H18 à 8H36…)*
- *le calcul sur les durées sous leur forme complexe (h min) en mobilisant si besoin des retenues sexagésimales*
- *des conversions dans une même unité (min ici), puis calcul puis conversion du résultat obtenu en h min.*

Prolongements : idem en mobilisant davantage la relation entre heures et minutes, comme par exemple :



2) Le goûter de Pierre et Lisa .... 4 ✸

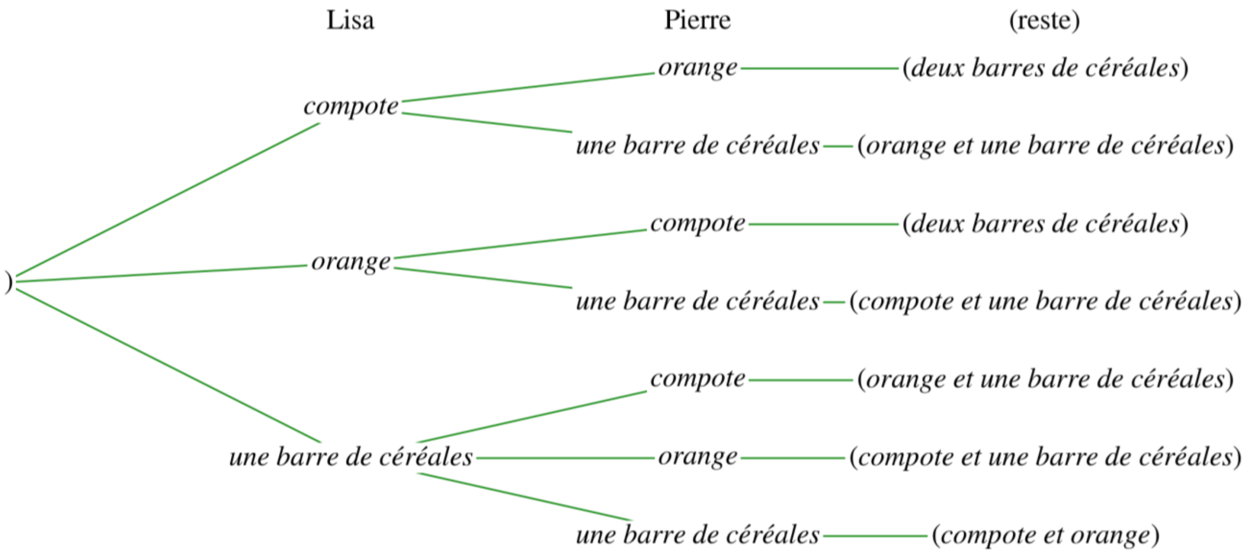
Réponse : Laurence peut effectuer la distribution de **7 façons** différentes.

Solution : Si Laurence donne l'orange à Lisa, il lui reste **deux** possibilités pour Pierre (la compote ou une barre de céréales).

Si Laurence donne la compote à Lisa, il lui reste **deux** possibilités pour Pierre (l'orange ou une barre de céréales).

Si Laurence donne une barre de céréales à Lisa, il lui reste **trois** possibilités pour Pierre (l'orange, la compote ou l'autre barre de céréales). Laurence a donc en tout **sept** possibilités pour effectuer la distribution.

Une représentation en arbre permet également d'organiser sa recherche et de vérifier l'exhaustivité des possibilités :



Remarque : ce problème porte sur le traitement de l'information et sur l'organisation de sa recherche de manière à garantir l'exhaustivité des distributions envisagées. Notons également un implicite lié à l'interprétation du mot distribution ; on n'effectue pas la même distribution si on donne la compote à Pierre et l'orange à Lisa ou si on donne l'orange à Pierre et la compote à Lisa ; par contre, il s'agit de la même distribution qu'un enfant reçoive l'une ou l'autre barre de céréales.

Prolongements : On a trois chapeaux différents et quatre robes différentes pour habiller une poupée ; de combien de façons différentes peut-on habiller la poupée ?

3) Les seaux .... 6 ✸

Réponse : Il y a **1 litre dans le seau rouge, 3 litres dans le seau bleu et 4 litres dans le seau jaune**.

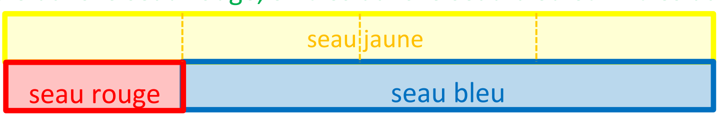
Solution :

« *Chaque seau contient un nombre entier de litres et chaque seau contient au maximum 5 litres.* » On peut examiner tous les cas sachant qu'on a 6 possibilités pour chaque seau (0L, 1L, 2L, 3L, 4L ou 5L) et éliminer ceux qui ne satisfont pas les contraintes.

« *La moitié du volume d'eau contenu dans le seau jaune est égale au double de celui contenu dans le seau rouge.* » Donc le seau rouge contient le quart (la moitié de la moitié) de ce que contient le seau jaune ; donc soit les seaux jaune et rouge sont vides, soit le seau rouge contient 1 L et le seau jaune contient 4 L (seules possibilités avec des nombres entiers de litres inférieurs à 5).

Puisqu' « *on verse le liquide du seau rouge dans le seau bleu* », le seau rouge ne peut être vide ; donc seule possibilité restante, 1 L pour le seau rouge et 4 L pour le seau jaune.

« *Si on verse le liquide du seau rouge dans le seau bleu, ça ne déborde pas et le seau bleu contient alors la même quantité de liquide que le seau jaune.* » Donc le seau bleu contient le complément entre le contenu du seau rouge et celui du seau jaune, soit 3 L (4L – 1 L). Il y a donc 1 litre dans le seau rouge, 3 litres dans le seau bleu et 4 litres dans le seau jaune.



Remarque : ce problème remobilise en situation complexe les notions de double et de moitié rencontrées en début de cycle 2.

Prolongement : comment obtenir 4 L avec des récipients non gradués de contenance 3 L et 5 L ?
Pour aller plus loin : https://blog.callicode.fr/post/2013/dmiold-problemes-transvasement-1.html

4) Deux tunnels dans un cube .... 8 ✸

Réponse **:** il reste **90 petits cubes** dans l'assemblage**.**

Solution(s) : Sans trou, le cube contient $5 \times 5 \times 5$ soit 125 petits cubes. Le tunnel en croix enlève 5×5 petits cubes et l'autre tunnel enlève 3×5 petits cubes. En dénombrant de la sorte, on enlève deux fois les petits cubes qui sont à la fois dans le tunnel en croix et dans le tunnel en barre : ils sont au nombre de 5.
En conclusion, il reste dans le cube évidé $(125 - 25 - 15 + 5)$ petits cubes, soit 90 cubes.
Autres méthodes : additionner les nombres de cubes de chacun des 5 étages en profitant de la symétrie « horizontale » qui nous dit que le nombre de cubes du niveau 1 est égal au nombre de cubes du niveau 5 soit 25 cubes et que le nombre de cubes du niveau 2 est égal au nombre de cubes du niveau 4 soit 25 – 10 + 1 = 16 (cubes).
Comme le nombre de cubes du niveau 3 est égal à 8 (on voit les 4 de la face de droite), on obtient 2 x 25 + 2 x 16 + 8 = 90).
Une autre méthode (par tranche dans un plan frontal) : 4 x 20 + 10.
Une autre méthode (par tranche parallèle au plan de droite) : 2 x 22 + 2 x 18 + 10

Remarque : dans ce problème le vu ne suffit pas pour le résoudre, à partir des informations de ce que l'on voit, il faut raisonner sur ce que l'on ne voit pas.
Dans les problèmes de dénombrement, dénombrer d'au moins deux façons différentes permet de contrôler sa réponse.

Prolongement : combien en resterait-il si on faisait les 2 tunnels en forme de croix ? Si on faisait également un troisième tunnel de haut en bas en forme de croix ?

5) Divers points de vue sur un nombre .... 10 ✸

Réponse : deux réponses possibles (**une ou aucune affirmation vraie).** Selon le sens que l'on donne à « valeur d'un chiffre » l'affirmation **a.** peut être considérée comme vraie ou comme fausse.

Si la « valeur du chiffre » est le nombre à un chiffre écrit avec ce chiffre alors l'affirmation a. est fausse (6 < 30).
Si la « valeur du chiffre » est la valeur de position du chiffre dans l'écriture du nombre alors l'affirmation a. est vraie (60 < 30).
Pour <u>lire</u> 30 263, on <u>dit</u> « trente » « mille » « deux » « cent » « soixante » « trois » ; on utilise donc 6 mots. Donc l'affirmation **b.** est fausse.
Dans 30 263, il y a 30 263 d'unités et 3 dizaines de milliers, donc l'affirmation **c.** est fausse.
La valeur du chiffre des unités de 30 263 est 3 et le nombre de centaines de 30 263 est 302, donc l'affirmation **d.** est fausse.
$30263 = 3 \times 10087 + 2$, donc ce nombre n'est pas un multiple de trois donc l'affirmation **e.** est fausse. (On peut aussi utiliser le critère de divisibilité par trois si on le connait ; $3 + 0 + 2 + 6 + 3 = 14$ qui n'est pas un multiple de trois, donc 30 263 non plus).

Remarques :

- *l'objectif de cet exercice est de remobiliser la distinction entre « chiffre des … » et « nombre de … » ;*
- *Si on avait posé la question « combien de mots a-t-on utilisé pour <u>écrire</u> ce mot en lettres ? », on aurait deux réponses possibles :*
    - *5 mots avec l'écriture traditionnelle « trente mille deux cent soixante-trois » où « soixante-trois » est un mot obtenu par composition comme « casse-tête », « cerf-volant » ou « laissez-passer » ;*
    - *1 mot obtenu par composition avec l'écriture suivant les rectifications de l'orthographe proposées par le Conseil supérieur de la langue française et parues au Journal officiel du 6 décembre 1990 (partie II) qui proposent de <u>lier par un trait d'union tous les éléments qui composent le nombre sans exception</u> « trente-mille-deux-cent-soixante-trois ».*
- *Cet énoncé comportait des ambiguïtés et/ou des implicites toujours présents même en mathématique.*

Les chiffres sont des symboles qui servent à coder des nombres (tout comme les lettres servent à coder des mots). En conséquence, en toute rigueur on ne peut pas opérer directement sur des chiffres, ni comparer des chiffres ; on peut néanmoins opérer sur les nombres qui se codent avec un seul chiffre.

Mais la lourdeur des formulations peut nous faire commettre divers abus de langage (le contexte permettant de rétablir le sens). Par exemple pour comparer des nombres, on dit souvent qu'on compare les chiffres pour dire qu'on compare les nombres correspondants codés avec un chiffre.

Par ailleurs, l'ambiguïté provient également de la polysémie de l'expression « valeur d'un chiffre » qui peut s'interpréter comme le « nombre qui s'écrit avec ce chiffre » (elle ne dépend pas de la position du chiffre dans le nombre ; c'est par exemple cette acception qui est couramment utilisée dans les énoncés des critères de divisibilité) ou comme « valeur de position du chiffre dans l'écriture décimale simplifiée du nombre ».

Ainsi « Dans 30 263, la valeur du chiffre des dizaines est supérieure au nombre de milliers » est une affirmation fausse avec la première acception (6 < 30) mais elle est vraie avec la deuxième acception (60 > 30).

Bien sûr les deux acceptions étant correctes, surtout de la part d'élèves d'école élémentaire, dans l'exercice 5, les deux réponses "aucune" ou "une affirmation vraie" sont acceptées.

Prolongements : divers exercices mêlant chiffre des … » et « nombre de … ».

Je suis un nombre entier ; j'ai 23 centaines, la somme des valeurs de mes chiffres est 16 et je suis divisible par 5. Qui suis-je ?