Rallye mathématique sans frontière Occitanie-Pyrénées

Cycle 2 : troisième manche (réponses)

du jeudi 14 mars 2024

1) Les trois dimanches pairs .... 2 ✸

Lors d'un même mois, trois dimanches sont des jours pairs. Quel jour de la semaine est le 20 de ce mois ?

Réponse : le 20 de ce mois est un jeudi

Solution : on peut construire le tableau des dates possibles des dimanches d'un mois.

1	8	15	22	29
2	9	16	23	30
3	10	17	24	31
4	11	18	25	
5	12	19	26	
6	13	20	27	
7	14	21	28	

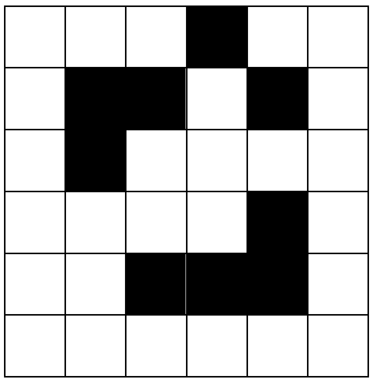
On remarque rapidement que deux dimanches qui se suivent sont alternativement pairs et impairs. Pour avoir 3 dimanches pairs, il faut des mois à 5 dimanches, le premier devant être pair. Le premier dimanche de ce mois est donc 2. Le 20 de ce mois est donc un jeudi, le dimanche précédent étant le 16.

Remarque : il était ici facilitant de s'appuyer sur un calendrier. La lecture d'un calendrier annuel avec une colonne par mois est complexe (le sens de parcours temporel sur le calendrier est inédit pour beaucoup d'élèves).

Prolongement : lors d'un même mois de février, trois dimanches sont des jours impairs. Quel jour de la semaine est le 20 de ce mois ?

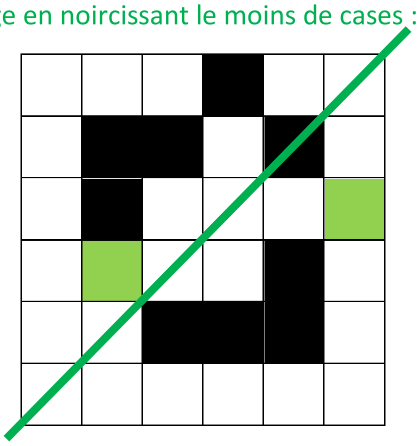
2) Symétrie .... 4 ✸

Le quadrillage ci-contre est constitué de 36 cases carrées.
Quel est le plus petit nombre de cases carrées qu'il faut noircir pour que cette figure admette un axe de symétrie ?



Réponse : il faut noircir deux carrés.

Solution : le carré possède quatre axes de symétrie, les deux médianes et les deux diagonales. On remarque qu'une des diagonales va permettre de compléter le quadrillage en noircissant le moins de cases :



Remarque : la symétrie de notre schéma corporel rend plus prégnants les axes de symétrie « verticaux » ; si les manipulations en mode sensori-moteur sont courantes en cycle 1, il est important de poursuivre en cycle 2 afin de rendre naturels des gestes tels que pivoter, retourner… qui servent d'appuis aux manipulations en mode imagé ou symbolique tout au long de la scolarité. Les résultats peuvent être confirmés par pliage selon l'axe puis par transparence.

Prolongement : en partant du quadrillage initial, même question avec deux axes de symétrie ou quatre axes de symétrie ou un axe de symétrie particulier. Mêmes questions que ci-dessus avec « blanchir » au lieu de « noircir » dans l'énoncé.

3) Pour rentrer dans le château .... 6 ✸

Pour pouvoir rentrer dans le château, il faut taper une suite de trois lettres ; plusieurs élèves ont fait leur proposition.
Quelle suite de lettres doit-on taper pour entrer dans le château ?

Élève 1	E	A	L	Aucune lettre n'est correcte
Élève 2	I	E	A	Une seule lettre correcte mais mal placée
Élève 3	R	M	I	Une seule lettre correcte et bien placée
Élève 4	K	L	R	Une seule lettre correcte et bien placée
Élève 5	E	M	H	Une seule lettre correcte mais mal placée

Réponse : le code est KHI.

Solution :
En considérant chaque essai dans l'ordre, on peut éliminer des lettres et confirmer les places de celles du code.
Compte tenu de la proposition de l'élève 1, ni E, ni A, ni L ne sont des lettres du code.
La proposition de l'élève 2 contient E et A que nous savons exclues du code, seule la lettre I est donc dans le code, elle est mal placée. Suite à la proposition de l'élève 3, on peut confirmer que la place de la lettre I est la troisième dans le code, cela exclut également R et M du code.
Les lettres L et R n'étant pas des lettres du code, la proposition de l'élève 4 indique que K fait partie du code, elle est de plus bien placée (première lettre du code).
La proposition de l'élève 5 nous permet alors de préciser que la lettre manquante dans le code est H (E et M étant exclues d'après les résultats précédents).

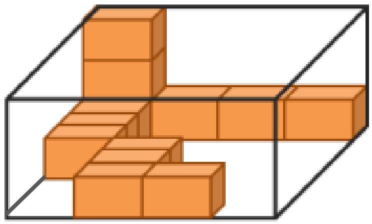
Remarque : ce type de problème permet de travailler tout particulièrement la grande compétence « raisonner » par la prise en compte de plusieurs contraintes (d'autres aussi comme chercher, représenter, modéliser).

Prolongement : pour sortir d'un labyrinthe, on doit programmer le déplacement en une séquence de trois commandes représentées chacune par une flèche. On a effectué les 5 essais ci-dessous.

Essai 1	↗	↖	↘	*Aucune commande n'est correcte*
Essai 2	↓	↗	↖	*Une seule commande correcte mais mal placée*
Essai 3	←	↙	↓	*Une seule commande correcte et bien placée*
Essai 4	↑	↘	←	*Une seule commande correcte et bien placée*
Essai 5	↗	↙	→	*Une seule commande correcte mais mal placée*

Quelle séquence permettra de sortir du labyrinthe ?

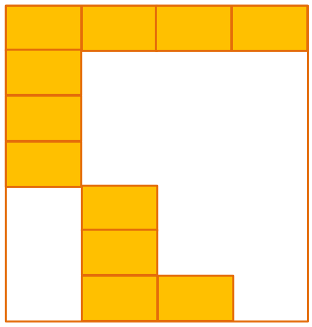
4) La boîte de sucre .... 8 ✸



Une boîte (en forme de pavé droit) contient des morceaux de sucre (eux aussi en forme de pavés droits) identiques bien rangés de la même façon, côte à côte.
Dans la boite ci-contre, on a enlevé des morceaux de sucre.

Combien contenait-elle de morceaux de sucre quand elle était pleine ?

Réponse : la boîte contenait 84 morceaux de sucre.



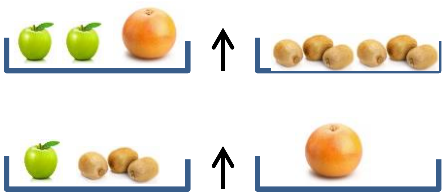
Solution : une vue de dessus de la boîte est représentée ci-contre, on peut voir que la boîte contient 4 morceaux sur un côté et 7 sur l'autre. Pour remplir le fond de la boîte, il faut donc en tout 7 × 4 = 28 morceaux. Il y a 3 étages dans cette boîte, le nombre total de morceaux contenus dans cette boîte est donc 28 × 3 = 84 morceaux.

Remarque : ce problème amène les élèves à interpréter une représentation en perspective ; tous les morceaux de sucres ne se voient pas ; on en sait plus que ce qu'on voit (le su dépasse le vu). Il faut inférer de nouvelles informations à partir de ce que l'on voit.

Prolongement : dans ce même contexte initial, quel est le nombre de morceaux de sucre qui ont été consommés depuis l'ouverture de la boîte ?

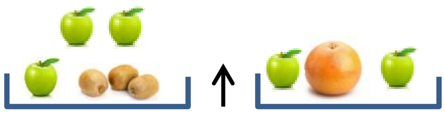
Par groupe de 2 les élèves réalisent des empilements de cubes ou autres. Un groupe récepteur doit identifier le nombre de cubes utilisés sans le démonter. On pourra aussi partir des exemples extraits du livre de F. Boule « Jeux de calcul » chez A. Colin.

5) Le bon code .... 10 ✸

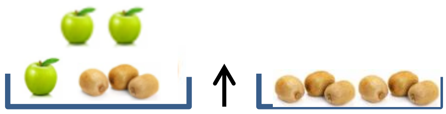


- *Énigme 1 :* deux pommes et un pamplemousse pèsent autant que six kiwis. Trois kiwis et une pomme pèsent autant qu'un pamplemousse. Combien faut-il de kiwis pour égaler la masse d'un pamplemousse ?

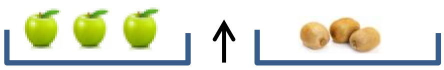
Réponse de l'énigme 1 : il faut 4 kiwis.



Solution : en ajoutant deux pommes sur chaque plateau de la balance de la deuxième pesée, la balance est toujours équilibrée. On a alors trois pommes et trois kiwis pèsent autant qu'un pamplemousse et deux pommes.



Mais, grâce à la première pesée, on sait que deux pommes et un pamplemousse pèsent autant que six kiwis. Ainsi, trois pommes et trois kiwis pèsent autant que six kiwis.



On en conclut que, en enlevant trois kiwis sur chaque plateau (la balance reste équilibrée), trois pommes pèsent autant que trois kiwis et donc qu'une pomme pèse autant qu'un kiwi.

Grâce à la deuxième pesée, on peut donc conclure qu'un pamplemousse pèse autant que quatre kiwis.

On pouvait également mettre ensemble les deux pesées, la balance reste équilibrée et trois pommes, trois kiwis et un pamplemousse pèsent autant que six kiwis et un pamplemousse. On peut alors retirer le pamplemousse qui est sur chacun des plateaux puis trois kiwis sur chacun des plateaux, il reste donc trois pommes sur un plateau et trois kiwis sur l'autre. La fin du raisonnement est la même que précédemment.

Remarque : il faut admettre ici que deux fruits identiques ont la même masse, ce n'est généralement pas le cas dans la réalité.

Prolongement : voir le problème 1 de la manche 3 au rallye 2018.

- Énigme *2 :* dans l'opération suivante, □ et Δ représentent chacun un chiffre différent. Δ7 − □ Δ = 3□

Réponse de l'énigme 2 : le résultat est 32, le symbole □ vaut 2.

Solution : en examinant les nombres en jeu dans cette opération, on remarque qu'ils ont tous deux chiffres, on en déduit donc qu'au rang des dizaines, 3 + □ = Δ. On peut en déduire que □ est au maximum 6. Au rang des unités, une retenue pourrait être présente, il faudrait que □ + Δ = 17 soit 9 + 8 = 17. C'est impossible compte tenu de la conclusion précédente, cette opération ne présente donc pas de retenue. Toujours au rang des dizaines, Δ - □ = 3 donc Δ est plus grand que □.

On peut tester les différentes possibilités :

Valeur de □	Au rang des unités, □ + Δ = 7 donc valeur de Δ	Résultat de Δ7 - □Δ	Valeur de 3□	Égalité ?
0	7	77 – 7 = 70	30	Non
1	6	67 – 16 = 51	31	Non
2	5	57 – 25 = 32	32	Oui
3	4	47 – 34 = 13	33	Non

Prolongement : voir le problème 4 de la manche 2 au rallye 2018.

Pour obtenir le bon code, tu dois ajouter le nombre de kiwis et □ dizaines.
Quel est ce code ?

Réponse du problème 5 : le code est 24.