Rallye mathématique sans frontière Occitanie-Pyrénées

IRES TOULOUSE

Cycle 3 : deuxième manche (réponses)

du lundi 22 janvier 2024

INSPE Institut national supérieur du professorat et de l'éducation Toulouse Occitanie-Pyrénées

1) L'âge des grands-parents .... 2 ✸

Mes grands-pères Marcel et François ont le même âge. Marie-Thérèse a un an de plus que son mari Marcel et Yvette a cinq ans de moins que son mari François. Quand j'additionne les âges de mes grands-parents, je trouve 364. Quel âge a Yvette ?

Réponse : **Yvette a 87 ans**

Solution :

Méthode 1 : On peut partir d'une approximation des âges. Les quatre personnes ont presque le même âge. Si on partage 364 ans en 4 on obtient 91 ans. Si François avait 91 ans, Marcel aurait aussi 91 ans, Marie-Thérèse 92 ans et Yvette 86 ans ; cela ferait alors une somme de 360 ans. En ajoutant un an à chacun, on ne modifie pas les écarts (« un an de plus » et « 5 ans de moins ») et on augmente la somme des âges de 4 ans pour trouver 364 ans comme demandé. Yvette a donc 87 ans.

Méthode 2 : On peut représenter les âges à l'aide de barres en choisissant un âge de référence. Ce choix est arbitraire mais pas forcément aléatoire ! Ici, on peut prendre l'âge de référence le plus petit (celui d'Yvette) pour exprimer les autres à l'aide d'addition.

Âge d'Yvette :

Âge de François :

Âge de Marcel :

Âge de Marie-Thérèse :

Quatre fois l'âge d'Yvette (les barres en bleu) augmenté de 16 ans (5 ans + 5 ans +6 ans) permet d'atteindre 364 ans. Quatre fois l'âge d'Yvette est donc égal à 364 ans diminué de 16 ans soit 348 ans. L'âge d'Yvette est donc égal au quart de 348 ans soit 87 ans.

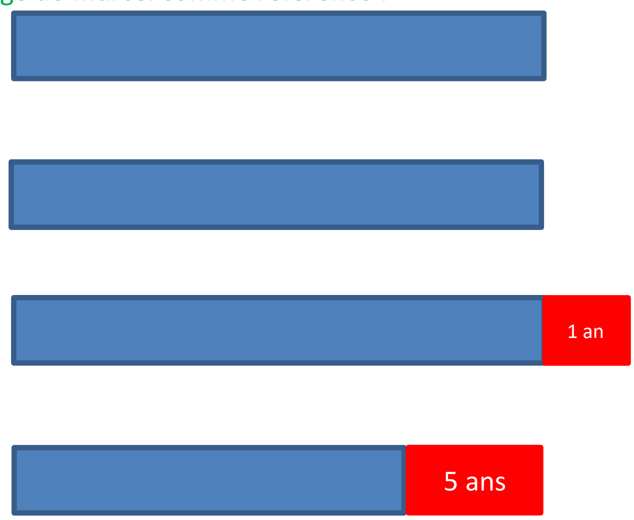
Autre choix en prenant l'âge de Marcel comme référence :

Âge de Marcel :

Âge de François :

Âge de Marie-Thérèse :

Âge d'Yvette :



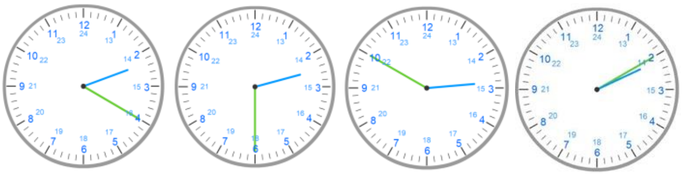
Quatre fois l'âge de Marcel augmenté de 1 an et diminué de 5 ans permettent d'atteindre 364 ans. Quatre fois l'âge de Marcel diminué de 4 ans est donc égal à 364 ans donc quatre fois l'âge de Marcel est égal à 368 ans. Marcel a donc 92 ans et Yvette 87 ans.

Remarques : La représentation à l'aide de barres nécessite une bonne compréhension des relations en jeu entre les données de l'énoncé (les âges) ainsi qu'une éventuelle interprétation de certaines (« Marie-Thérèse a un an de plus que son mari Marcel » est recodé dans le premier choix en « Marie-Thérèse a 6 ans de plus qu'Yvette »).
Dans cette représentation, la longueur des barres n'est pas proportionnelle aux mesures des grandeurs.

Prolongement : Reprendre la résolution du problème en choisissant un autre âge de référence.

2) La bonne heure .... 4 ✸

Parmi ces quatre horloges, une avance de 20 minutes, une retarde de 10 minutes, une s'est arrêtée, une est à la bonne heure.
Quel cadran indique l'heure exacte ?



A B C D

Réponse : **Le cadran B indique la bonne heure.**

Solution : On peut raisonner par exhaustion des quatre cas :

- Si l'horloge A indique la bonne heure (2H20), une horloge retarde de 10 min (2H10 → horloge D) et une avance de 20 min (2H40 → sur aucune de ces horloges), donc A n'indique pas la bonne heure.
- Si l'horloge B indique la bonne heure (2H30), une horloge retarde de 10 min (2H20 → horloge A) et une avance de 20 min (2H50 → horloge C), donc B indique la bonne heure.
- Si l'horloge C indique la bonne heure (2H50), une horloge retarde de 10 min (2H40 → sur aucune de ces horloges) et une avance de 20 min (3H10 → sur aucune de ces horloges), donc C n'indique pas la bonne heure.
- Si l'horloge D indique la bonne heure (2H10), une horloge retarde de 10 min (2H00 → sur aucune de ces horloges) et une avance de 20 min (2H30 → sur l'horloge B), donc D n'indique pas la bonne heure.

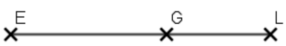
Prolongement : dans les archives du rallye, voir le problème 2 de la première manche de l'année 2006-2007

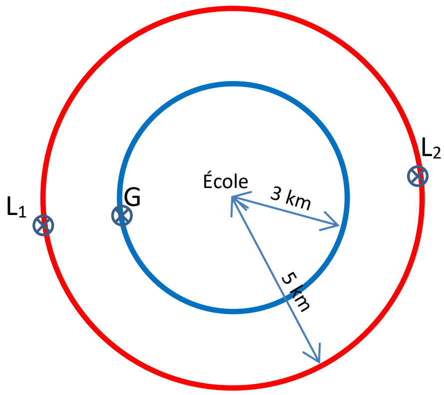
3) À vol d'oiseau .... 6 ✸

À vol d'oiseau, Georges habite à 3 km de l'école et Laurence habite à 5 km de l'école. On cherche la distance à vol d'oiseau, pour aller de chez Georges à Laurence. Marc pense que la distance est nécessairement inférieure à 5 km ; Pierre pense que la distance est forcément égale à 2 km ; Philippe pense que la distance est comprise entre 2 km et 8 km.
Qui a raison ?

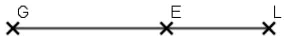
Réponse : **Philippe a raison**

Solution :.Sur le dessin ci-contre, Georges se situe nécessairement sur le cercle bleu et Laurence sur le cercle rouge. Si on note L la position de l'habitation de Laurence, G celle de Georges et E elle de l'école, la distance à vol d'oiseau pour aller de chez Georges à chez Laurence est égale à 2 km dans cette configuration :





La distance à vol d'oiseau pour aller de chez Georges à chez Laurence est égale à 8 km dans cette configuration



Prolongement : dessiner une configuration pour laquelle une distance entre les maisons de Laurence et Georges est donnée (entre 2 km et 8 km).

4) Le plus gros gâteau au chocolat .... 8 ✸

Dans le Bas-Rhin, on aime les défis et le chocolat. En 2016, des pâtissiers ont préparé le plus gros gâteau au chocolat du monde de 11 mètres de long par 9 mètres de large et d'une masse de 1,2 tonne. Ils ont utilisé 5000 œufs, de la crème (50 kg de plus que d'œufs), du beurre (50 kg de moins que d'œufs), du sucre (autant que de crème) et du chocolat (la moitié de la masse de sucre). On admet qu'un œuf de taille moyenne pèse 60 g dont 20 g pour le jaune, 30 g pour le blanc et 10 g pour la coquille.
Quelle masse de chocolat ont-ils utilisée ?

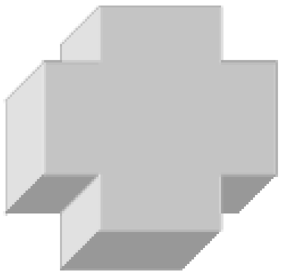
Réponse : **Ils ont utilisé 150 kg de chocolat**

Solution : On n'utilise pas la coquille de l'œuf, donc dans chaque œuf, on utilise 50 g. Ils ont utilisé 5000 œufs, soit 250 000 g d'œuf, soit 250 kg d'œuf. Ils ont utilisé 300 kg de crème (50 kg de plus que d'œufs), 200 kg de beurre (50 kg de moins que d'œufs), 300 kg sucre (autant que de crème) et 150 kg du chocolat (la moitié de la masse de sucre).

Prolongement : on souhaite découper ce gâteau en parts carrées de 4 cm de côté sans qu'il y ait de reste. Est-ce possible ? Si oui, combien de parts cela représente-t-il ? Quelles autres longueurs de côtés de parts carrées seraient possibles ?

5) Le bon code .... 10 ✸

- Quel nombre obtient-on en ajoutant le nombre de faces et celui des arêtes de ce solide en forme de croix ?
  Le nombre trouvé a le même chiffre des unités que celui du code à trouver.

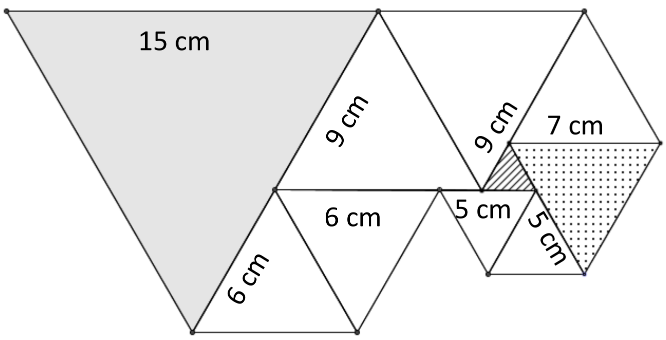


Réponse : le nombre à trouver est **0.**

Solution :. Le solide considéré est un prisme droit dont les bases sont des dodécagones (polygone à 12 côtés). Ce solide a 14 faces (2 bases et 12 faces latérales et 36 arêtes (12 arêtes adjacentes à chaque base et 12 arêtes latérales). En ajoutant les deux on obtient le nombre cherché 50. **Le chiffre des unités du code à trouver est donc 0**.

Prolongement : même question avec une pyramide dont la base est en forme de croix identique à celle de ce solide.

- La figure ci-dessous (qui n'est pas à l'échelle) est composée de dix triangles équilatéraux. Le périmètre du triangle dont l'intérieur est « hachuré » est égal à 6 cm. Le périmètre du triangle dont l'intérieur est « pointé » est égal à 21 cm. Quel est le périmètre du triangle grisé ? La mesure en cm du périmètre trouvé vous donnera le nombre de centaines du code à trouver.
  Réponse : le nombre à trouver est **45.**



Solution : un triangle équilatéral a ses trois côtés de même longueur. Le périmètre du triangle dont l'intérieur est « hachuré » est égal à 6 cm, donc ses côtés ont pour longueur 2 cm. Le périmètre du triangle dont l'intérieur est « pointé » est égal à 21 cm, donc ses côtés ont pour longueur 7 cm. pour plus de commodités, on note a, b et c les longueurs des côtés des triangles équilatéraux comme sur la figure. La longueur du côté du triangle dont l'intérieur est « hachuré » est égale à 2 cm. La longueur du côté du triangle dont l'intérieur est « pointé » est égale à 7 cm. a = 2 + 7 = 9 ; b = 7 – 2 = 5 ; c + (5 - 2) = 9 donc c = 6 ; d = 9 + 6 = 15. Le périmètre du triangle grisé est donc égal à 3 × 15 cm soit 45 cm. **Le nombre de centaines du code à trouver est donc 45**.

Prolongement : dans les archives du rallye, voir le problème 5 de la deuxième manche de l'année 2012-2013.

- Je possède 4 chaussettes vertes, 2 chaussettes jaunes et 6 chaussettes rouges mélangées dans un tiroir. Il fait nuit noire. On choisit les chaussettes au hasard. Combien de chaussettes faut-il prendre au minimum pour être sûr d'avoir au moins une paire de chaussettes rouges ?
  Ce nombre est le chiffre des dizaines du code à trouver.

Réponse : pour être sûr d'avoir au moins une paire de chaussettes rouges, **il faut prendre 8 chaussettes**.

Solution : Dans le pire des cas, on prend toutes les chaussettes vertes et toutes les chaussettes jaunes avant de prendre deux chaussettes rouges, soit 8 chaussettes. **Le chiffre des dizaines du code à trouver est donc 8.**

Remarque : Le raisonnement s'appuie ici sur le principe de Dirichlet ou « des tiroirs ».

Prolongements :
1/ Jacques est confiseur et veut réaliser des assortiments de bonbons au chocolat et de sucettes pralinées. Il fabrique 1386 bonbons et 308 sucettes.
On place tous les bonbons et toutes les sucettes dans un même récipient. Sans regarder, combien Jacques doit-il prendre au minimum de confiseries pour être sûr d'avoir au moins un bonbon et au moins une sucette ?
2/ Combien de tiroirs différents faut-il au maximum pour y ranger 21 boules, avec une boule au moins dans chaque tiroir, et des nombres de boules différents dans des tiroirs différents ?

Quel est ce code ?
Réponse : Le code à trouver est donc **4580**.