

Rallye mathématique sans frontière Occitanie-Pyrénées

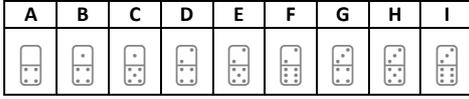


Cycle 2 : deuxième manche (réponses)

du lundi 20 janvier 2025

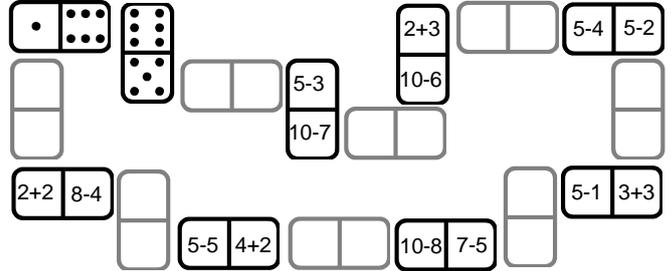


1) Les dominos 2 ★

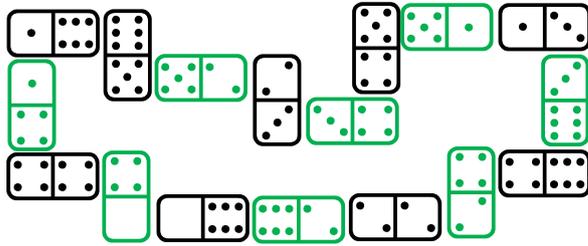


On a pris des dominos parmi ceux ci-dessus pour compléter correctement le circuit constitué de dominos ci-dessous. Quel domino n'a pas été utilisé ?

Réponse : Le **domino H** n'a pas été utilisé.



Solution : On effectue les calculs pour retrouver les dominos déjà placés dans le circuit puis on essaie de placer les dominos **A, B, C...** en respectant la règle d'enchaînements de dominos.



Remarques : Si des dominos vierges sont présents dans la classe, les élèves peuvent reconstituer le circuit et manipuler les dominos. Ce problème est aussi l'occasion de remobiliser explicitement les compléments à 5, les compléments à 10 et les doubles qui constituent dès le début du cycle 2 des répertoires fondamentaux dans les techniques courantes de calcul mental.

Prolongement : par groupes, faire fabriquer un problème du même type en imposant une contrainte (par exemple, uniquement des soustractions ou au moins six doubles dans les calculs ou ...) puis les groupes s'échangent les problèmes pour les résoudre.

2) Seize trois 4 ★

Marc va écrire la suite des nombres à partir de 1 : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, ... À un certain moment, Marc écrira le chiffre 3 pour la seizième fois. Quel nombre sera-t-il en train d'écrire à ce moment-là ?

Réponse : lorsque Marc sera en train d'écrire pour la seizième fois le chiffre 3, ce sera le chiffre des unités du **nombre 53**.

Solutions :

Méthode 1 : On peut écrire la suite des nombres explicitement ou mentalement en repérant ou notant au fur et à mesure les nombres qui utilisent le chiffre 3.

1, 2, **3**, 4, ..., **13**, ..., **23**..., **30**, **31**, **32**, **33**, **34**, **35**, **36**, **37**, **38**, **39**,..., **43**..., **53**

Méthode 2 : Pour les nombres s'écrivant avec deux chiffres, par dizaine on écrit une fois le chiffre 3 sauf pour la trentaine pour laquelle on l'écrit 11 fois (10 nombres avec le chiffre des dizaines égal à 3 et le 3 chiffre des unités de 33). Il faut donc écrire les nombres jusqu'à 53 pour écrire 16 fois le chiffre 3

Remarque : ce problème sera l'occasion de rappeler la distinction entre chiffre et nombre.

Prolongement : si Marc écrit la suite des nombres jusqu'à 100 jusqu'à 1 000), combien de fois aura-t-il écrit le chiffre 3 ?

Rallye mathématique sans frontière Occitanie-Pyrénées



Cycle 2 : deuxième manche (réponses)

du lundi 20 janvier 2025



3) Le rectangle magique 6 ★

Compléter ce rectangle de 15 cases par les nombres compris entre 1 et 15 de telle sorte que :

- quand on additionne les nombres de chaque ligne, on trouve toujours 40 ;
- quand on additionne les nombres de chaque colonne, on trouve toujours 24 ;
- tous les nombres de 1 à 15 soient placés dans le rectangle.

Quels sont les nombres de la 2^e colonne ?

1		3		
	2		4	5

Réponse : la deuxième colonne comprend de haut en bas les **nombres 10, 12 et 2**.

Solutions : il s'agit de placer les nombres de 6 à 15 en respectant les contraintes.

Méthode 1 : on peut procéder par essais-rectifications en remarquant par exemple que les nombres 14 et 15 sont sur la 3^e ligne, donc que les nombres 13, 12 et 11 sont sur la 2^e ligne et que les nombres de la première ligne sont les nombres 10, 9, 8, 7 et 6 ; reste alors à les placer dans la bonne colonne ; numéroter rapidement des jetons en papier et les manipuler permet d'accélérer les essais.

Rallye mathématique sans frontière Occitanie-Pyrénées



Cycle 2 : deuxième manche (réponses)

du lundi 20 janvier 2025



Méthode 2 : par exhaustion des cas en raisonnant pas à pas

					Dans cette ligne il manque 40 pour faire 40, qui, compte tenu des nombres dans les deux lignes suivantes, ne peut être obtenu qu'avec 10+9+8+7+6
1		3			Dans cette ligne il manque 36 pour faire 40, qui, compte tenu de la 3 ^e ligne, ne peut être obtenu qu'avec 13+12+11
	2		4	5	⁽¹⁾ et ⁽²⁾ Dans cette ligne il manque 29 pour faire 40 qui ne peut être obtenu qu'avec 15+14 (ou 14+15), ce qui donne 2 cas possibles.
Dans cette colonne il manque 23 pour faire 24 qui ne peut être obtenu qu'avec 15+8 ou 14+9	Dans cette colonne il manque 22 pour faire 24 qui ne peut être obtenu qu'avec 13+9 ou 12+10	Dans cette colonne il manque 21 pour faire 24 qui ne peut être obtenu qu'avec 15+6 ou 14+7	Dans cette colonne il manque 20 pour faire 24 qui ne peut être obtenu qu'avec 13+7 ou 12+8 ou 11+9	Dans cette colonne il manque 19 pour faire 24 qui ne peut être obtenu qu'avec 13+6 ou 12+7 ou 11+8 ou 10+9	
	⁽³⁾ seule(s) possibilité(s) restante(s) : - pour le 1 ^{er} cas : 12+10 - pour le 2 ^e cas : 13+9 ou 12+10.		⁽⁴⁾ seule possibilité restante : - pour le 1 ^{er} cas : 13+7 - pour le 2 ^e cas : 11+9.		
	⁽⁵⁾ Cas 2 : le 9 est placé donc ne reste que 12+10			⁽⁶⁾ seule possibilité restante : - pour le 1 ^{er} cas : 11+8 - pour le 2 ^e cas : 13+6.	

Plaçons d'abord 15 et 14 sur la deuxième ligne puis entre parenthèses l'ordre de remplissage dans chacun des cas ci-dessous.

	⁽²⁾ 9	⁽³⁾ 10	⁽²⁾ 6	⁽⁴⁾ 7	⁽⁵⁾ 8		⁽²⁾ 8	⁽⁴⁾ 10	⁽²⁾ 7	⁽³⁾ 9	⁽⁵⁾ 6
	1	⁽³⁾ 12	3	⁽⁴⁾ 13	⁽⁵⁾ 11	ou	1	⁽⁴⁾ 12	3	⁽³⁾ 11	⁽⁵⁾ 13
cas 1	⁽¹⁾ 14	2	⁽¹⁾ 15	4	5	cas 2	⁽¹⁾ 15	2	⁽¹⁾ 14	4	5

Dans les deux cas, la deuxième colonne est identique avec les nombres 10, 12 et 2.

Remarque : Outre l'enjeu de calcul mental, ce problème initie les élèves à la prise en compte de plusieurs contraintes.

Prolongement : on pourra leur proposer de compléter des carrés magiques

(<http://villemin.gerard.free.fr/Wwwqvm/CarreMag/aaaMaths/Construc.htm>)

Rallye mathématique sans frontière Occitanie-Pyrénées



Cycle 2 : deuxième manche (réponses)
du lundi 20 janvier 2025



4) Algorithmes..... 8 *

Voici plusieurs instructions (**A, B, C, D, E**) d'un algorithme. Dans quel ordre doit-on les réaliser pour obtenir le plus grand nombre possible en partant du nombre zéro ?

- A** Ajouter 1
- B** Enlever 2
- C** Ajouter 3
- D** Doubler
- E** Répéter une fois les étapes précédentes dans le même ordre.

Réponse : le plus grand nombre possible 22 est obtenu avec la séquence **A, C, D, E, B** ou **C, A, D, E, B**.

Solutions :

Parmi les instructions proposées seule la B, après application, conduit à obtenir un nombre inférieur au nombre auquel on l'applique. On effectuera donc cette instruction à la toute fin de l'algorithme. On cherche à obtenir le plus grand nombre avant de répéter une fois les étapes ; pour pouvoir appliquer l'instruction doubler au plus grand nombre, il faut avoir réalisé les instructions A et C précédemment. Ceci nous conduit aux séquences A, C, D, E, B ou C, A, D, E, B

Remarque : Ajouter 1 puis ajouter 3 équivaut à Ajouter 3 puis ajouter 1 : on retrouve la propriété de commutativité de l'addition.

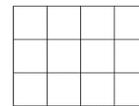
Prolongements : Dans quel ordre doit-on les réaliser pour obtenir le nombre le plus petit possible en partant du nombre zéro ?

On a obtenu le nombre 18 : dans quel ordre a-t-on effectué les instructions ?

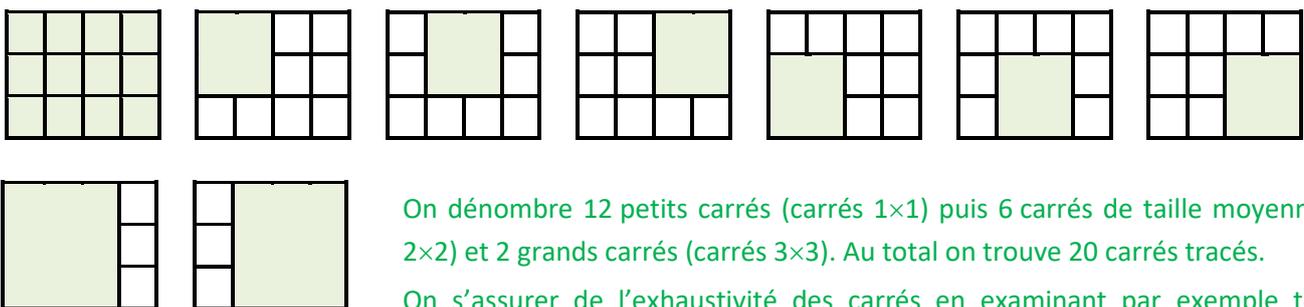
5) Des carrés de toutes tailles..... 10 *

Combien y a-t-il de carrés dessinés dans la figure ci-contre ?

Réponse : il y a **20 carrés** dessinés dans cette figure.



Solution :



On dénombre 12 petits carrés (carrés 1×1) puis 6 carrés de taille moyenne (carrés 2×2) et 2 grands carrés (carrés 3×3). Au total on trouve 20 carrés tracés.

On s'assure de l'exhaustivité des carrés en examinant par exemple toutes les positions possibles d'un sommet (en haut à gauche par exemple).

Remarque : Il s'agit ici de repérer des figures comme sur-figures de figures élémentaires. Décomposer et recomposer des figures simples en figures complexes constituent des tâches (dans l'espace sensible et symbolique) importantes à l'école ; elles contribuent à augmenter la flexibilité des appréhensions d'une même figure qui aidera dans la résolution de problèmes en géométrie.

Prolongement : combien y a-t-il de rectangles dessinés dans cette figure ?

Rallye mathématique sans frontière Occitanie-Pyrénées



Cycle 2 : deuxième manche (réponses)

du lundi 20 janvier 2025



6) Le bon code12 *

Énigme 1 :

Gaspard a réalisé un assemblage de 12 cubes identiques. Combien de (ces) cubes touchent (effectivement) la table ?

Réponse : **8 cubes** touchent effectivement la table.

Solutions :

8 cubes touchent effectivement la table (6 dont on voit au moins une face et 2 dont on ne voit que des arêtes).

Autre méthode : on soustrait au nombre de cubes de l'assemblage (12) le nombre de cubes qui ne touchent pas la table (4) que l'on peut dénombrer aisément puisqu'ils sont tous visibles.

Remarque : il est important d'amener les élèves à distinguer le vu et le su ; dans ce problème le vu ne suffit pas pour le résoudre, à partir des informations de ce que l'on voit, il faut raisonner sur ce que l'on ne voit pas. Dans les problèmes de dénombrement, dénombrer d'au moins deux façons différentes permet de contrôler sa réponse.

Prolongement : Proposer d'autres assemblages du même type. Représenter ou reconnaître la vue de face, la vue du dessus, la vue de droite.

Énigme 2 :

Tous les cubes ont la même masse, la première balance indique que la masse de la boîte A est égale à celle de 6 cubes. Par combien de cubes faut-il remplacer le point d'interrogation pour que la dernière balance soit équilibrée ?

Réponse : il faut remplacer le point d'interrogation par **9 cubes** pour que la dernière balance soit équilibrée.

Solution : L'avant-dernière balance indique que la masse de la boîte D est la même que celle de 8 cubes. Grâce à la troisième balance, on peut affirmer que la masse de la boîte C est la même que celle de 11 cubes (8+3). Grâce aux deuxième et première balances, on peut déduire que la masse de la boîte B est la même que celle de 9 cubes (11 + 4 - 6).

Remarque : ce problème permet de remobiliser l'équilibre d'une balance à plateaux comme indication de masses identiques sur les deux plateaux ; il permet de travailler la grandeur masse avec une unité non conventionnelle (la masse d'un cube). On pourra par ailleurs signaler aux élèves que les informations ne sont pas nécessairement à exploiter dans l'ordre où elles se présentent dans l'énoncé (balances 5,3,2,1) et que certaines informations ne sont pas toujours nécessaires à la résolution du problème (balance 4).

Prolongement : À combien de cubes correspond la masse de la boîte E ?

Pour obtenir le bon code, tu dois ajouter le nombre de cubes qui touchent la table et le nombre de cubes qui remplacent le point d'interrogation pour équilibrer la balance. Quel est ce code ?

Réponse : **le bon code est 17** (8+9).

Remarque : Les exercices du type le bon code peuvent inciter à davantage de coopération entre élèves et groupes au sein de la classe.

N'hésitez pas à nous faire part, de vos témoignages sur l'organisation du rallye dans votre classe, sur certaines réactions d'élèves, sur vos motivations d'enseignant à proposer le rallye mathématique à votre classe... Pour cela vous pouvez le faire directement sur :

<https://enquetes.univ-tlse2.fr/index.php/576985?lang=fr>

