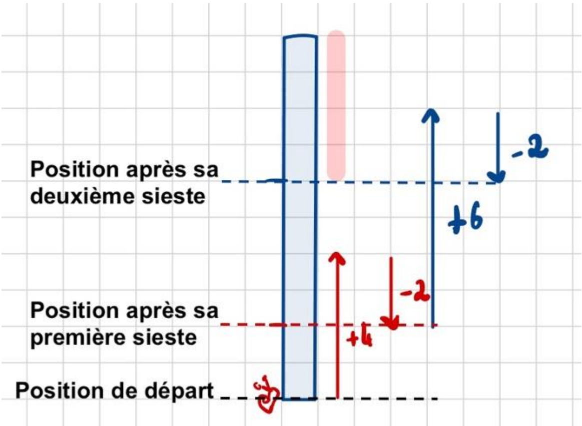
1) L'escargot .... 2 ✸

Un escargot essaie d'escalader un mur de briques. Il grimpe tout d'abord le long des quatre premières briques, puis il s'arrête, épuisé, et il s'endort, glisse et redescend de deux briques. À son réveil, il grimpe cette fois six briques, puis il s'endort à nouveau, glisse et redescend de deux briques. Lors de la tentative suivante, il atteint la dixième brique et atteint le sommet du mur. Combien de briques l'escargot a-t-il grimpées lors de sa dernière tentative ?

Réponse : lors de sa dernière tentative, l'escargot aura grimpé **4 briques**.

Solutions :

Par une représentation schématique proche de la réalité en représentant la hauteur d'une brique par le côté d'un carreau.



Par calcul :

Après sa première montée l'escargot arrive à la 4e brique.

Pendant sa première sieste, il redescend à la 2e brique (4-2=2)

Lors de sa seconde montée, il monte de 6 briques donc arrive à la 8e brique (2+6=8)

Lors de sa dernière sieste, il redescend à la 6e brique (8-2=6).

Il lui reste donc 4 briques à monter pour atteindre la 10e brique.

Remarque : ce problème sera l'occasion de travailler la compétence « modéliser », notamment sur le fait qu'il y a parfois plusieurs façons de modéliser une situation et que certaines sont plus efficientes que d'autres pour résoudre un problème.

Prolongement : Un serpent se trouve au fond d'un trou de 18 m de profondeur lorsqu'il décide de ramper jusqu'à la surface. Chaque jour, il rampe le long de la paroi et grimpe 6 m. Malheureusement, la nuit, dans son sommeil, il glisse de 3 m vers le fond. Combien de jours mettra-t-il pour sortir du trou ?

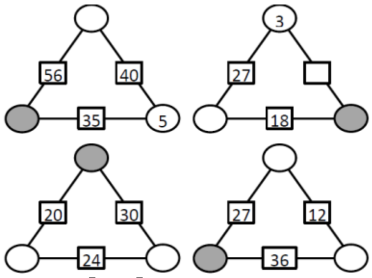
Rallye mathématique sans frontière Occitanie-Pyrénées

Cycle 3 : deuxième manche (réponses)

du lundi 20 janvier 2025

2) Triangles multi-magiques .... 4 ✸

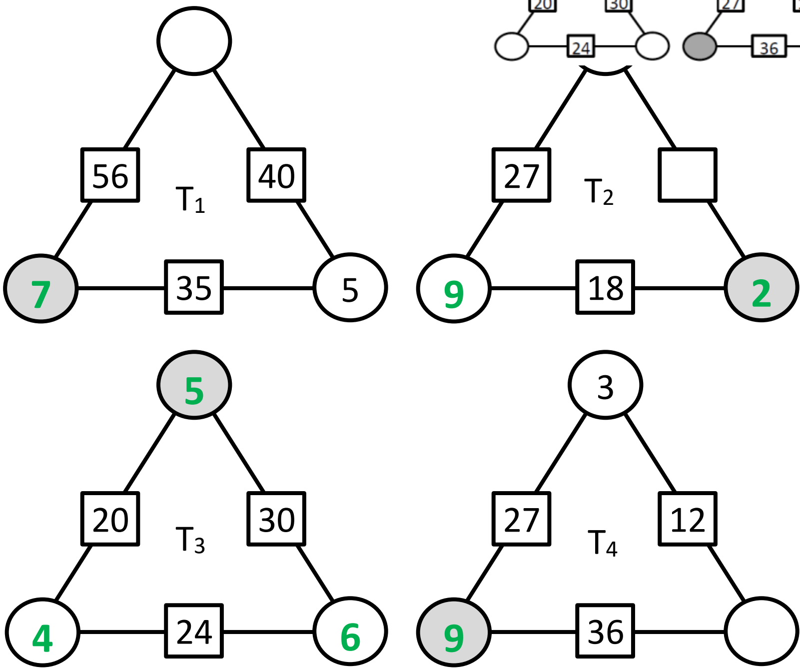
Le nombre inscrit dans un rectangle est obtenu en multipliant les deux nombres inscrits dans les deux ovales reliés à ce carré.
Quel nombre obtient-on en multipliant les quatre nombres inscrits dans les ovales grisés ?



Réponse : on obtient le nombre **630**.

Solution :

- Dans le triangle T_1 le quotient de 35 par 5 est **7**.
- Dans le triangle T_2 le quotient de 27 par 3 est 9 puis le quotient de 18 par 9 est **2**.
- Dans le triangle T_3, il faut procéder par essais-erreurs mais en remarquant par exemple que l'ovale grisé contient un diviseur commun à 20 et à 30 (il n'y a donc que 4 nombres possibles (1 ou 2 ou 5 ou 10) et seul le cas avec **5** dans l'ovale cherché permet de compléter de manière correcte comme ci-contre le triangle T_3 (on pourrait raisonner de même avec 1, 2 ou 4 comme diviseurs communs à 20 et 24 ou avec 1, 2, 3, ou 6 comme diviseurs communs à 24 et à 30.
- Dans le triangle T_4 le quotient de 27 par 3 est **9**.

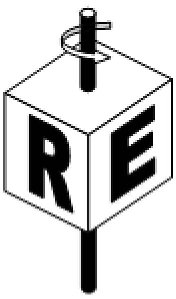


En multipliant ces 4 nombres ($7 \times 2 \times 5 \times 9$), on obtient le nombre 630.

Remarque : On peut remarquer que les trois produits de deux nombres l'un situé dans un ovale et l'autre dans le rectangle opposé sont tous égaux au produit des trois nombres aux sommets du triangle donc égaux entre eux. Cela peut fournir d'autres stratégies de résolution.

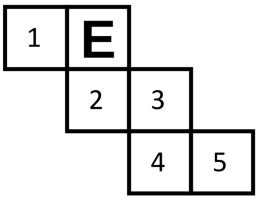
Prolongements : des problèmes analogues sur des quadrilatères en lieu et place des triangles. Mêmes configurations mais avec des quotients (à la place de produits) dans les rectangles.

3) Le cube tournant ....6 ✸

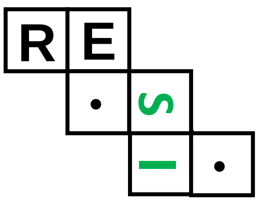


En faisant tourner le cube ci-contre autour de l'axe représenté, on peut lire dans l'ordre les lettres du mot "IRES".

Sur le patron ci-dessous, on a marqué la lettre **E**. Dans quelles cases doit-on marquer les lettres **I** et **S** ?



Réponse : le **I se trouve dans la case 4** et le **S se trouve dans la case 3**.



Solution :

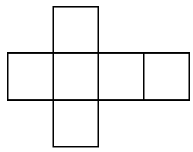
Par découpage du patron :

les élèves écrivent sur le patron pour que IRES apparaisse comme sur le modèle et dépliage.

Par pliage mental

On identifie les faces qui viendront se coller au E, la barre verticale du E a comme face, à sa gauche, le R. Donc on devine que le 1 correspond au R. On identifie, ensuite, que la face 2 est sous le E. Elle ne nous intéresse pas.
Si la face 2 est sous le E, alors la face 3 vient toucher E au niveau des traits horizontaux du E donc le S est sur la case 3.
Par pliage mental, on identique que la face 5 est la face du dessus donc on déduit que la case 4 contient la lettre I.

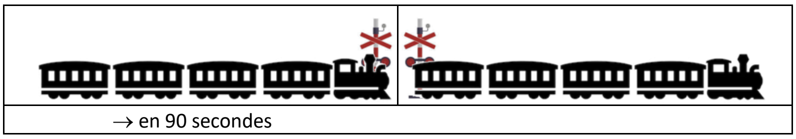
Remarques : Ce problème pourra permettre de percevoir qu'un même solide peut avoir plusieurs patrons différents. Pour rappel, un cube a 11 patrons différents. Cela montre également l'importance des pliages (effectifs puis éventuellement mentaux pour les plus grands).



Prolongement : placer le E dans une autre case en changeant éventuellement son orientation (même patron que dans la question initiale).

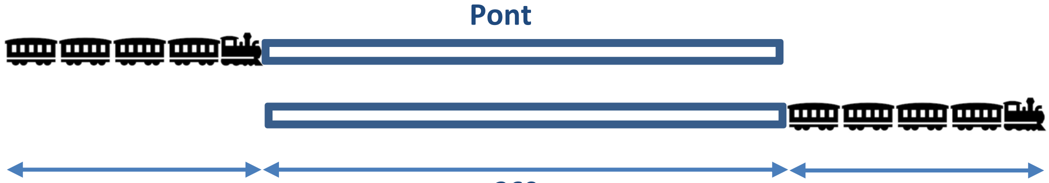
4) Le train .... 8 ✸

Un train de 180 mètres de long passe entièrement un panneau de signalisation en 90 secondes.
Combien faudra-t-il de temps à ce train en roulant à la même vitesse pour traverser complètement le pont de 360 mètres de long ?



Réponse : ce train mettra **270 secondes (soit 4minutes et 30 secondes**) pour traverser complètement ce pont de 360 m.

Solution :

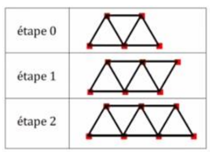


Le nez du train doit parcourir 360 m + 180 m = 540 m afin que le train sorte totalement du pont.
Il parcourt 180 m en 90 secondes. 540 m c'est trois fois 180 m donc il lui faudra trois fois 90 secondes soit 270 secondes pour parcourir 540 m. 270 s = 240 s + 30 s = 4 × 60 s + 30 s = 4 min + 30 s
La réponse est 270 secondes soit 4min30s.
Remarque : : ici encore la mobilisation des compétences « représenter » et « modéliser » sont d'une grande aide pour résoudre le problème. La simulation de la situation dans l'espace sensible peut aider les élèves à se représenter la situation.

Prolongement : ce train roulant à la même vitesse traverse complètement un tunnel en 12 minutes. Quelle est la longueur du tunnel ?

5) Avec des allumettes .... 10 ✸

À chaque étape, on fabrique des triangles avec des allumettes, comme indiqué sur le dessin ci-contre.
Combien d'allumettes sont utilisées pour l'étape 100 ?



D'après *Petit x* 2007.

Réponse : pour l'étape 100, **207 allumettes** seront utilisées.

Solutions :

Premier raisonnement possible :

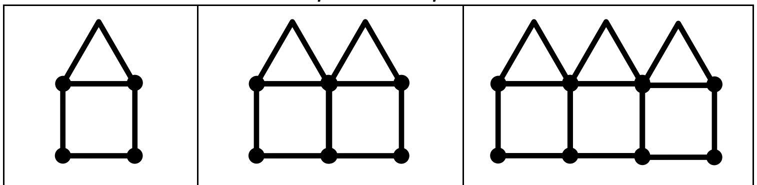
On voit qu'à chaque étape il suffit d'ajouter 2 allumettes pour fermer un nouveau triangle.
À l'étape 0, on a 7 allumettes.
À l'étape 1, on a 7 allumettes + 2 allumettes.
À l'étape 2, on a 7 allumettes + 2 × 2 allumettes.
À l'étape 3, on a 7 allumettes + 3 × 2 allumettes

À l'étape 100, on aura donc 7 allumettes + 100 × 2 allumettes soit 207 allumettes.

Autre raisonnement :
À l'étape 0, on a 1 triangle entier (3 allumettes) et 2 fois 2 allumettes qui forment 2 nouveaux triangles.
À l'étape 1, on a 1 triangle entier (3 allumettes) et 3 fois 2 allumettes qui forment 3 nouveaux triangles.
À l'étape 2, on a 1 triangle entier (3 allumettes) et 4 fois 2 allumettes.
À l'étape 3, on aura 1 triangle entier (3 allumettes) et 5 fois 2 allumettes.
À l'étape 4, on aura 1 triangle entier (3 allumettes) et 6 fois 2 allumettes.
À n'importe quelle étape on aura 1 triangle entier (3 allumettes) et un certain nombre de fois 2 allumettes qui forment 3 nouveaux triangles.
Cherchons une relation entre le numéro de l'étape et le nombre de fois qu'il faut ajouter 2 allumettes : cette relation semble être +2.
À l'étape 100, on a 1 triangle entier (3 allumettes) et 102 fois 2 allumettes donc 3 allumettes + 102×2 allumettes = 207 allumettes.

Remarques :
Dans ce problème, les élèves sont amenés à identifier la structure d'un motif évolutif en repérant une régularité, à exprimer une relation entre deux étapes consécutives ou entre le rang d'une étape et la production associée à cette étape.
Ce travail sur les motifs évolutifs (tout comme par ailleurs le travail sur les équilibres de balances ou les schémas en barres) participe d'un travail d'initiation à une pensée pré-algébrique qui se modélisera par du calcul littéral plus tard au cycle 4.

Prolongement : À chaque étape, on fabrique des « maisons mitoyennes » avec des allumettes, comme indiqué sur le dessin ci-dessous. Combien d'allumettes sont utilisées pour l'étape 100 ?.



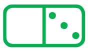
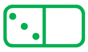
Étape 0	*Étape 1*	*Étape 2*

6) Le bon code .... 12 ✸

Énigme 1 : La fabrique des dominos
Pierre veut fabriquer un jeu de dominos. Dans son jeu, chaque domino doit être composé de deux nombres de points compris entre 0 et 8 et il ne peut pas y avoir deux dominos identiques (attention, dans ce jeu, il y a doubles comme  mais les deux dominos  et  sont identiques). Quel est le nombre maximum de dominos que peut contenir ce jeu ?
Réponse : il y a **45 dominos** dans ce jeu.

Solution : dénombrements organisés
- Il y a 9 dominos qui utilisent le 0 – (0|0, 0|1, 0|2, 0|3, 0|4, 0|5, 0|6, 0|7, 0|8).
  Il y a 8 autres dominos qui utilisent le 1 – (1|1, 1|2, 1|3, 1|4, 1|5, 1|6, 1|7, 1|8).
  Il y a 7 autres dominos qui utilisent le 2 – (2|2, 2|3, 2|4, 2|5, 2|6, 2|7, 2|8).
  Il y a 6 autres dominos qui utilisent le 3 – (3|3, 3|4, 3|5, 3|6, 3|7, 3|8).
  Il y a 5 autres dominos qui utilisent le 4 – (4, 4|5, 4|6, 4|7, 4|8).
  Il y a 4 autres dominos qui utilisent le 5 – (5|5, 5|6, 5|7, 5|8).
  Il y a 3 autres dominos qui utilisent le 6 – (6|6, 6|7, 6|8).

Il y a 2 autres dominos qui utilisent le 7 – (7|7, 7|8).
Il ne reste qu'un seul autre domino qui utilise le 8 – (8|8).
Il y a donc en tout 45 dominos (9+8+7+6+4+4+3+2+1).

- Autre méthode : il y a 9 dominos « double » et (9 × 8) : 2 = 36 dominos avec deux nombres différents (chacun des 9 nombres de 0 à 8 peut être associé aux 8 autres nombres pour obtenir un domino « non double » et on a divisé par deux pour ne pas les compter deux fois comme  et  ., soit au total 45 dominos.

Remarques : Il s'agit ici d'un problème de dénombrement. Ce type de problèmes consiste à déterminer le nombre d'éléments d'un ensemble ; ils ne se résolvent pas immédiatement par l'une des quatre opérations. Pour y parvenir, il est judicieux de présenter les éléments à dénombrer selon une organisation permettant à la fois de les compter tous, une et une seule fois, sans oubli ni redondance. Plusieurs stratégies sont possibles ; elles s'appuient souvent sur des organisations en liste, tableau ou arbre.

Prolongements :
- *Jouer avec ce jeu de dominos en changeant la règle d'enchainement (en remplaçant l'égalité des deux nombres par les compléments à dix, par exemple*  *)*
- *par groupes faire fabriquer des jeux de dominos en remplaçant les constellations par des calculs.*

Énigme 2 : Covoiturage

Pour un même trajet, Laurence consulte un site de covoiturage et obtient le tableau ci-dessous.
Laurence ne peut pas partir avant 9H00 et doit arriver avant midi. Elle souhaite que le de trajet soit le plus court possible. Quel prix paiera-t-elle ?

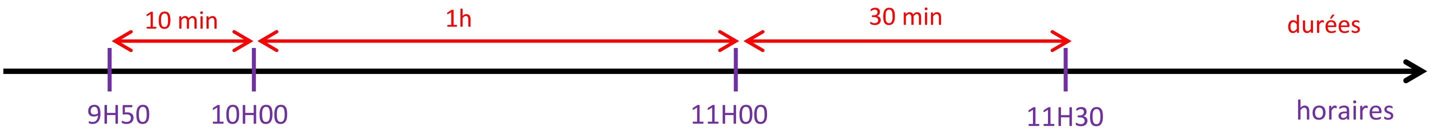
Réponse : Laurence paiera **26 €**.

Conducteur	voiture	Départ	Arrivée	Tarif
Pierre	Citroën Ë-C4	8H40	10H15	20 €
Marc	Peugeot e-208	8H50	10H30	18 €
Nathalie	Volkswagen ID.4	9H50	11H30	25 €
Cédric	Opel Mokka-e	9H40	11H15	26 €
Laetitia	Renault 5 E_Tech	10H20	12H05	22 €

temps

Solution : Laurence doit partir après 9H00, donc elle ne peut partir ni avec Pierre ni avec Marc.
Laurence doit arriver avant 12H00 (midi), donc elle ne peut pas partir avec Laetitia.
Avec Nathalie, le trajet (9H50 – 11H30) doit durer 1h40min.
Avec Cédric le trajet (9H40 – 11H15) doit durer 1h35min.
Laurence fera donc le trajet avec Cédric et paiera donc 26 €.

Remarques : Il s'agit ici de faire des choix en filtrant les données d'un tableau selon plusieurs critères.
Pour calculer la durée du trajet plusieurs techniques sont possibles : on peut déplacer les aiguilles d'une horloge (dans l'espace sensible ou mentalement) ; on peut également mobiliser une représentation sur l'axe du temps, il est alors judicieux de distinguer les durées (grandeurs mesurables en rouge ci-dessous) des horaires (grandeurs repérables) scripturalement, graphiquement ou spatialement, par exemple par des couleurs et/ou des positions sur l'axe du temps différentes (instants d'un côté et durées de l'autre), graduation pour un horaire et double flèche pour une durée…



- *complément par jalonnement :*
  9H50–(10min)–10H00–(1h)–11H–(30min)–11H30 puis 10min+1h+30min=1h40min
- *différence de durée : 11H30-9H40=11h30min–9h50Min=2h30min-50min=2h-20min=1h40min*
- *conservation des écarts par ajouts simultanées d'une même durée aux deux horaires ; ici par exemple +10min : l'écart entre 9H50 et 11H30 est le même qu'entre 10H00 et 11H40, soit 1h40min*

- *conversion dans une même unité (min ici), puis calcul (soustraction ici -> 100 min) puis conversion du résultat obtenu en h min soit 1h40min*
- *conversion en minutes des deux horaires puis soustraction (100 min), soit 1h40min*
- *calcul sur les durées sous leur forme complexe (h min) en mobilisant si besoin des retenues sexagésimales*

Prolongement : quelle est la durée la plus courte ? la plus longue ?

Énigme 3 : Le hasard

On effectue des lancers de pièce et on note la face qui apparaît (pile ou face). Lors des 4 premiers lancers on a obtenu (pile – pile – pile – pile).
Affirmation 1 : On a 1 chance sur 5 d'obtenir à nouveau pile au 5e lancer.
On lance un dé classique à six faces numérotées de 1 à 6.
Affirmation 2 : On a moins de chances d'obtenir 6 que d'obtenir 3.
On lance deux dés classiques à six faces numérotées de 1 à 6 et on additionne les deux nombres qui apparaissent sur les faces de dessus.
Affirmation 3 : On autant de chances d'obtenir 2 que d'obtenir 7.
Combien d'affirmations ci-dessus sont vraies ?

Réponse : Il n'y a **aucune affirmation** vraie parmi les trois énoncées.

Solution :

Affirmation 1 : quel que soit le lancer, à chaque fois il n'y a que 2 possibilités (soit pile, soit face), on a donc toujours une chance sur deux. L'affirmation 1 est donc fausse.

Affirmation 2 : sur un dé, il n'y a qu'une face pour chaque nombre, donc c'est toujours une chance sur 6 quel que soit le nombre entier compris entre 1 et 6. On a donc autant de chance d'obtenir 6 que d'obtenir 3. L'affirmation 2 est donc fausse.

Affirmation 3 : quand on lance de deux dès, il n'y a qu'une façon de faire 2 (1+1), alors qu'il y a plusieurs façons de faire 7 (1+6 ; 2+5 ; 3+4 ; 4+3 ; 5+2 ; 6+1), donc on a plus de chances d'obtenir 7 que d'obtenir 2. L'affirmation 2 est donc fausse.

Remarques : outre l'intérêt des débats qu'elles suscitent, l'enjeu de ce type d'énigmes est de familiariser les élèves avec des expériences aléatoires. Il s'agit tout d'abord de comprendre qu'il existe des événements dont la réalisation est certaine, d'autres dont la réalisation est impossible, et d'autres encore dont on ne peut pas affirmer a priori s'ils se réaliseront ou pas.
Un autre objectif porte sur la comparaison de probabilités d'événements. Certains événements, comme « obtenir pile » en lançant une pièce de monnaie, « obtenir un nombre pair » en lançant un dé ou « obtenir une carte rouge » en tirant une carte au hasard dans un jeu de 32 cartes ont une chance sur deux de se réaliser, ce qui signifie que la probabilité qu'ils se réalisent est la même que celle qu'ils ne se réalisent pas. D'autres événements, comme « obtenir un 2 » en lançant un dé, ont plus de chances de ne pas se réaliser que de se réaliser. Les élèves apprennent à estimer les probabilités d'événements sur une échelle allant de « impossible » à « certain », en distinguant les événements « peu probables » qui ont moins d'une chance sur deux de se réaliser, des événements « probables » qui ont plus d'une chance sur deux de se réaliser.
Dans des cas simples, les élèves sont amenés à recenser toutes les issues possibles d'une expérience aléatoire. Ils découvrent ainsi en particulier que, selon les cas, toutes les issues peuvent avoir, ou non, la même chance de se réaliser. Ils se familiarisent ainsi avec la notion d'équiprobabilité.

Prolongements : outre les jets d'une pièce de monnaie et les lancers de dés, on pourra proposer aux élèves des expériences aléatoires s'appuyant sur d'autres modèles classiques : tirages dans une urne, tirages d'une carte dans un jeu de 52 cartes, etc.).

Le nombre d'euros payés par Laurence est le nombre de centaines du code. Le nombre d'affirmations vraies de l'énigme 3 est écrit avec le chiffre des unités du code. Le chiffre des dizaines du code est le même que celui du nombre maximum de dominos de l'énigme 1. Quel est ce code ?

Réponse : **le bon code est 2640**.

Solution : le code a 26 centaines, son chiffre des dizaines est 4 (comme celui de 45) et son chiffre des unités est 0. Le code est donc 2640.

Remarque : Les exercices du type le bon code peuvent inciter à davantage de coopération entre élèves et groupes au sein de la classe.

N'hésitez pas à nous faire part, de vos témoignages sur l'organisation du rallye dans votre classe, sur certaines réactions d'élèves, sur vos motivations d'enseignant à proposer le rallye mathématique à votre classe… Pour cela vous pouvez le faire directement sur :

https://enquetes.univ-tlse2.fr/index.php/576985?lang=fr