

Rallye mathématique sans frontière Occitanie-Pyrénées



Cycle 2 : troisième manche
du 13 mars 2026



1) Combien en tout ? 2 ★

Combien y a-t-il de nombres à deux chiffres dont le chiffre des unités est strictement plus petit que le chiffre des dizaines ?

Réponse : Il y a **45 nombres à deux chiffres** dont le chiffre des unités est plus petit que le chiffre des dizaines.

Solution :

Les nombres à deux chiffres vont de 10 à 99.

De 10 à 19, le seul nombre qui convient est 10.

De 20 à 29, les nombres qui conviennent sont 20 et 21, il y en a 2.

De 30 à 39, les nombres qui conviennent sont 30, 31 et 32, il y en a 3.

On raisonne de la même façon pour tous les autres nombres, il y en a donc en tout

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45$$

Remarque :

Pour calculer cette somme, on peut astucieusement regrouper les termes.

On trouve $1 + 9 + 2 + 8 + 3 + 7 + 4 + 6 + 5 = 10 + 10 + 10 + 10 + 5 = 45$.

À noter qu'une formule existe pour calculer la somme des nombres entiers jusqu'à n'importe quelle valeur : il faut multiplier cette valeur par la suivante et diviser par deux. Ici, $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = (9 \times 10) : 2 = 45$.

Prolongement :

Même question avec le chiffre des dizaines strictement plus petit que celui des unités.

2) Triangles sur un cercle 4 ★

Sur un cercle, on a placé 8 points régulièrement espacés.

On veut tracer des triangles dont les sommets sont trois de ces points.

Deux triangles superposables (par pivotements ou retournements) sont considérés comme identiques. Combien de triangles différents peut-on tracer ?

Réponse : On dénombre **5 triangles différents**.

Solutions :

Nommons les points sur le cercle pour plus de lisibilité.

On peut commencer à dénombrer les triangles dont un côté joint deux sommets consécutifs sur le cercle, par exemple A et B : il y en a 3, ABH, ABG, ABF. Ce sont les seuls puisque ABE et ABF sont superposables ; de même pour ABD et ABG puis ABC et ABH.

Si on prend ensuite pour côté AC, on en dénombre 2 : ACG et ACF.

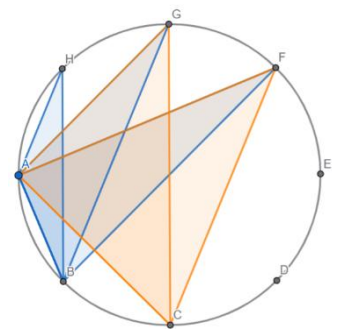
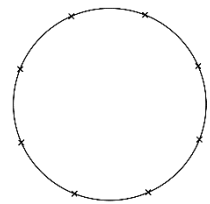
Les autres triangles sont superposables à ceux déjà mis en évidence.

Remarque :

Parmi ces 5 triangles l'un est obtusangle (ABH a un angle obtus)

Prolongement :

Même question avec 9 points régulièrement espacés sur un cercle (ce sont les sommets d'un enneagone régulier).



Rallye mathématique sans frontière Occitanie-Pyrénées



Cycle 2 : troisième manche
du 13 mars 2026



3) Les liaisons..... 6 ★

Il s'agit de placer les nombres 1 à 7 dans les disques ci-dessous de manière à ce que deux nombres consécutifs ne soit pas directement reliés par un segment.

Quel nombre est dans le disque avec le point d'interrogation ? (disque noté c)

Réponse : le **nombre** dans le disque noté c est **1, 4 ou 7**.

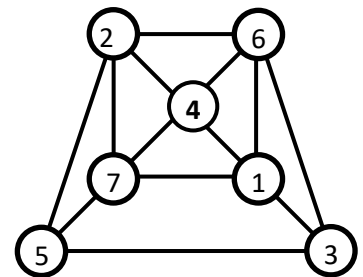
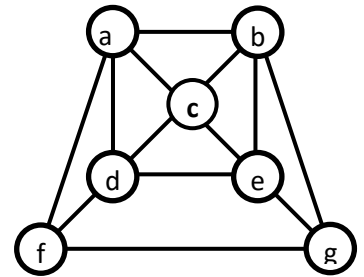
Solution :

La liste des nombres à placer dans les disques est 1, 2, 3, 4, 5, 6 et 7.

Raisonnons en fonction des valeurs possibles du nombre c

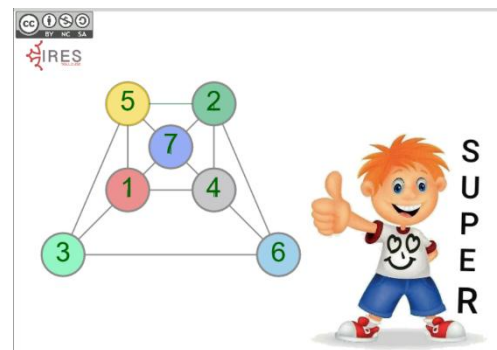
Nombre c	Voisins possibles
1	3, 4, 5, 6, 7
2	4, 5, 6, 7
3	1, 5, 6, 7
4	1, 2, 6, 7
5	1, 2, 3, 7
6	1, 2, 3, 4
7	1, 2, 3, 4, 5

Comme première valeur de c, on peut commencer par choisir 4 pour lequel les nombres interdits 3 et 5 n'ont pas de relation avec 6 et 7 d'une part et 1 et 2 d'autre part. On place 3 et 5 en f et g et on remplit les cases a, b, d et e avec les quatre nombres 1, 2, 6, 7 en respectant la contrainte. On trouve par exemple :



On peut faire de même en choisissant 7 pour valeur de c. On a au départ pour seule contrainte de placer 6 en f ou g. Si on ne complète pas avec 3 en f ou g, il restera une liste de nombres comportant trois chiffres consécutifs (par exemple 1,2,3 et 5 si on a placé 4 en f ou g en complément de 6) que l'on ne pourra pas placer sur le carré (en a, b, d et e). On trouve par exemple :

Extrait de <https://ires.univ-tlse3.fr/numerique/jeux-mathematiques/>



On peut raisonner de même avec 1 comme choix pour c :

Extrait de <https://ires.univ-tlse3.fr/numerique/jeux-mathematiques/>

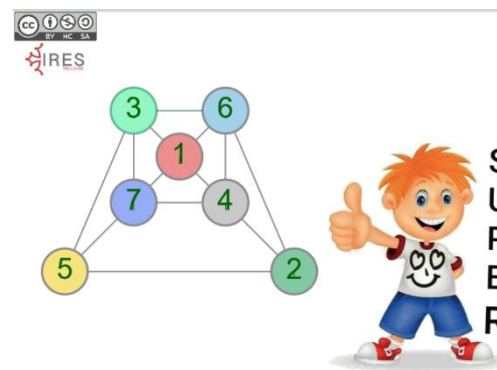
Si on choisit de placer 2 en c alors on doit placer 1 et 3 en f et g. Il reste à placer 4, 5, 6 et 7 en a, b, d, et e. Si on place 3 en f et 4 en a alors 6 et 7 sont forcément en b et d mais alors 5 en e est lié à 6 en b. En étudiant rapidement les autres configurations, on conclut que 2 ne peut être au centre.

On étudie de même les autres cas possibles.

Finalement les seules valeurs possibles pour c sont 1, 4 et 7

On trouve pour (a, b, c, d, e, f, g) les valeurs suivantes

(1, 4, 7, 5, 2, 3, 6) ; (1, 7, 4, 6, 2, 3, 5) ; (2, 5, 7, 4, 1, 6, 3) ; (2, 6, 4, 7, 1, 5, 3) ; (3, 6, 1, 7, 4, 5, 2) ;
(4, 1, 7, 2, 5, 6, 3) ; (4, 7, 1, 6, 3, 2, 5) ; (5, 2, 7, 1, 4, 3, 6) ; (6, 2, 4, 1, 7, 3, 5) ; (6, 3, 1, 4, 7, 2, 5) ;
(7, 1, 4, 2, 6, 5, 3) ; (7, 4, 1, 3, 6, 5, 2)



Rallye mathématique sans frontière Occitanie-Pyrénées



Cycle 2 : troisième manche
du 13 mars 2026



Prolongements : Une solution étant trouvée, trouver d'autres possibilités pour placer les nombres en gardant la même valeur de c. Une solution étant trouvée, trouver d'autres possibilités pour placer les nombres en modifiant la valeur de c. Ces recherches peuvent s'effectuer avec des jetons en classe pour multiplier les essais. Les groupes « Jeux mathématiques » et « Numérique » de l'IRES proposent des ressources en ligne sur le site de l'IRES : <https://ires.univ-tlse3.fr/numerique/jeux-mathematiques/>. Vous retrouverez celle-ci sous le titre de « Liaisons ».

4) Les bons comptes font les bons amis 8 *

Trois amis Alice, Boris et Clem sont partis en randonnée. Alice a acheté les aliments, Boris a acheté les boissons et Clem a payé 12 € par personne à leur accompagnateur de moyenne montagne.

Au retour, ils font les comptes ; combien Boris doit-il donner à Clem pour que les frais soient équitablement répartis entre les trois amis ?

Réponse : Boris doit donner **15 € à Clem**.

Solutions :

Alice a dépensé 4 € pour le pain, 2 € pour les tomates-cerises, 8 € pour les salades composées, 3 € pour les saucisses et 5 € pour les pommes, donc en tout $4 € + 2 € + 8 € + 3 € + 5 € = 22 €$.

Boris a dépensé 1 € pour l'eau, 2 € pour le soda et 2 € pour la bouteille de jus, donc en tout $1 € + 2 € + 2 € = 5 €$.

Clem a dépensé $3 \times 12 € = 36 €$.

Au total, les trois amis ont dépensé $22 € + 5 € + 36 € = 63 €$.

Si les frais sont équitablement répartis, alors le coût de la randonnée pour chacun des trois amis est $63 € : 3 = 21 €$.

Clem et Alice ont dépensé trop, ils doivent donc recevoir de l'argent de la part de Boris.

Clem doit recevoir $36 € - 21 € = 15 €$ (et Alice doit recevoir 1 €).

Remarque : il s'agit d'un problème à étapes, relevant à la fois du champ additif et du champ multiplicatif.

Prolongement : cf. problème 3 de la première manche du rallye cycle 2 de novembre 2021

5) Dénombrer des assemblages10 *

Avec deux briques (modèle 2x2 tenons) analogues à celle ci-contre (du célèbre jeu de construction Lego®) on peut obtenir plusieurs assemblages différents ; une juxtaposition des deux pièces ne constitue pas un assemblage, les deux pièces doivent être assemblées par au moins un tenon en respectant les alignements des tenons ou les angles droits, comme cet exemple :

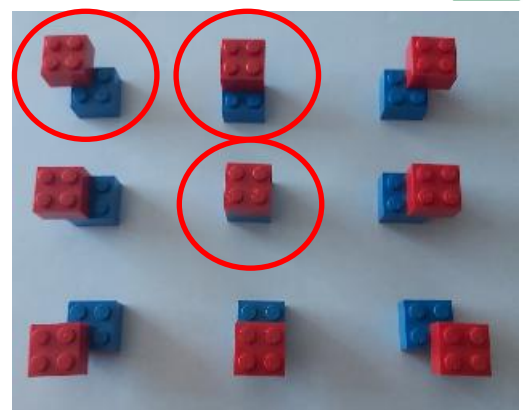
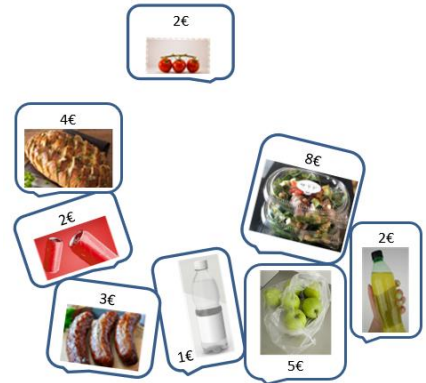
Deux assemblages sont différents si toutes leurs vues sont différentes. Combien peut-on obtenir d'assemblages différents de 2 briques 2x2 ?

Réponse : On peut obtenir **3 assemblages différents**.

Solution :

La brique du dessous étant placée, on cherche toutes les possibilités pour poser celle du dessus. À partir de la position de l'énoncé, on peut déplacer la brique du dessus « horizontalement », on obtient trois possibilités. On peut également la déplacer « verticalement », on obtient trois possibilités. Ainsi, on a neuf assemblages. Cependant, on remarque que seuls trois sont réellement différents. En effet, les quatre assemblages par un seul tenon sont identiques, ainsi que ceux par deux tenons.

Prolongement : Même question avec deux briques rectangulaires (modèle 2 x 3 tenons)



Rallye mathématique sans frontière Occitanie-Pyrénées



Cycle 2 : troisième manche

du 13 mars 2026



6) Le bon code..... 12 ★

Énigme 1 :

Le petit poucet monte un escalier. Il a 55 cailloux dans la poche de son pantalon. Il vide sa poche en posant les cailloux de la manière suivante :

- 1 caillou sur la première marche,
- 2 cailloux sur la deuxième marche,
- 3 cailloux sur la troisième marche,
- et ainsi de suite...

Sur quelle marche pose-t-il le dernier caillou ?

Le chiffre des unités du numéro de la marche sur laquelle il pose le dernier caillou est le même que le chiffre des unités du code à trouver.

Réponse : Le petit poucet pose son dernier caillou sur la **dixième marche**.

Solutions : On peut organiser sa recherche dans un tableau

Numéro de la marche	Nombre de cailloux posés sur cette marche	Nombre de cailloux posés depuis le début
1	1	1
2	2	$1 + 2 = 3$
3	3	$1 + 2 + 3 = 3 + 3 = 6$
4	4	$1 + 2 + 3 + 4 = 6 + 4 = 10$
5	5	$1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 10 + 5 = 15$
6	6	$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 15 + 6 = 21$
7	7	$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 21 + 7 = 28$
8	8	$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 28 + 8 = 36$
9	9	$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 36 + 9 = 45$
10	10	$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 45 + 10 = 55$

Remarques :

Certains nombres désignent ici des quantités (aspect cardinal) d'autres des numéros (aspect ordinal). On retrouve ici l'intérêt d'utiliser la formule permettant de calculer la somme de nombres entiers consécutifs :

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = (10 \times 11) : 2 = 55$$

L'exploitation de cet exercice permet de montrer aux élèves que les différents types de calculs (instrumenté, mental, en ligne, en appui sur la droite ou la bande numérique, sur du matériel de numération, sur des schémas voire des dessins...) n'ont pas la même efficacité pour aboutir à la solution, et donc qu'il leur revient de choisir le type de calcul le plus pertinent compte tenu du calcul à effectuer.

On pourra insister sur la pertinence de valider un résultat par le collectif (plusieurs élèves effectuant le même calcul) mais surtout en utilisant des méthodes différentes.

Lors du retour sur les méthodes de calcul mental ou en ligne, il est judicieux de faire remarquer aux élèves que le calcul d'une somme peut être plus efficace en regroupant judicieusement les termes, notamment en mobilisant les compléments à 10. Ainsi, on peut remarquer que dans la somme des dix premiers entiers, on peut regrouper des nombres pour faciliter le calcul :

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = (1 + 10) + (2 + 9) + (3 + 8) + (4 + 7) + (5 + 6) = 11 + 11 + 11 + 11 + 11 = 5 \times 11 = 55$$

$$\text{Ou } 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = (1 + 9) + (2 + 8) + (3 + 7) + (4 + 6) + 5 + 10 = 10 + 10 + 10 + 10 + 10 + 5 = 55$$

La résolution mathématique de ce problème (hors de portée bien sûr d'un élève de l'école primaire) consiste à utiliser la formule permettant de calculer la somme des n premiers entiers naturels : $\frac{n(n+1)}{2}$

Rallye mathématique sans frontière Occitanie-Pyrénées



Cycle 2 : troisième manche

du 13 mars 2026



Ainsi, on cherche n tel que $\frac{n(n+1)}{2} \geq 55$ soit $n(n+1) \geq 110$ c'est-à-dire $n(n+1) \geq 10 \times 11$ et donc $n \geq 10$.

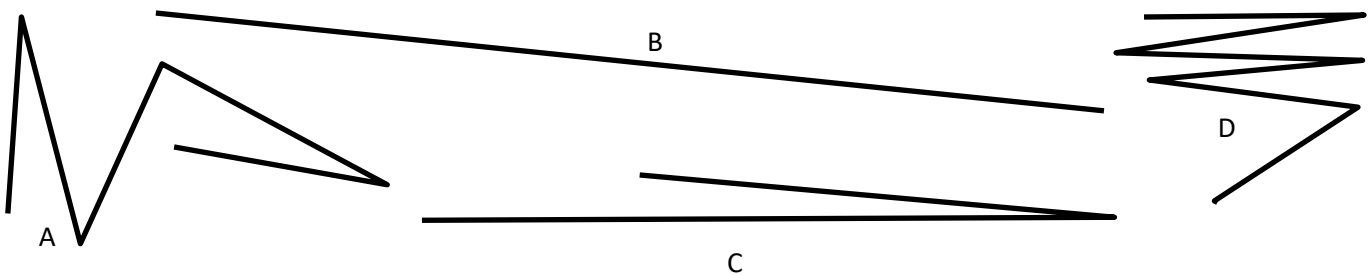
Cette formule provient de la nature des nombres intervenant dans la somme à effectuer.

Prolongement :

On peut augmenter le nombre de cailloux et convoquer ainsi de nouveaux calculs, dont l'organisation simplifie la tâche. On peut également demander d'estimer si, pour 20 marches, le nombre de cailloux sera doublé ou non. On anticipe ainsi la notion de proportionnalité, abordée au cycle 3. En l'occurrence, le nombre de cailloux n'est pas proportionnel au nombre de marches.

Énigme 2 :

Alex, Bernard, Camille et Dominique ont participé à une course au trésor. On a représenté ci-dessous leurs trajets avec les initiales de leurs noms. Quel est celui qui a parcouru la plus grande distance ?



Le nombre de lettres du nom de celui qui a parcouru la plus grande distance vous donnera le chiffre des dizaines du code à trouver.

Réponse : C'est **Dominique** qui a parcouru la plus grande distance. Son prénom contient **9 lettres**.

Solutions : À l'aide d'un compas ou d'une bande informable, on peut reproduire sur une même droite, à partir d'un même point de celle-ci, les 4 trajets « dépliés » et comparer leurs longueurs.

On pouvait procéder par comparaison indirecte en utilisant une règle « informable » (i.e. règle non graduée sur laquelle on peut écrire et effacer pour reporter des longueurs) ou une bande de papier sur laquelle on reporte bout à bout les longueurs des différents segments constituant la ligne. En prenant sur la règle informable une origine commune pour les quatre lignes, l'ordre des repères nous fournit l'ordre de leurs longueurs.

On pouvait également procéder par mesurages des différents morceaux de la ligne puis additionner les mesures obtenues ; la comparaison des mesures effectuées dans la même unité fournit l'ordre de leurs longueurs.

Remarques :

Ce problème permet de faire vivre le concept de longueur en dehors des segments. La longueur est une grandeur associée à des lignes dans toute leur variété (segments, lignes brisées, courbes, ouvertes ou fermées, dans des directions quelconques par rapport aux bords de la feuille...).

Il peut être judicieux de distinguer les concepts de distance et de longueur. Ici on pourra faire remarquer que la distance entre les deux extrémités de la ligne, ou la plus grande distance entre les deux points les plus éloignés de la ligne, ou la « place occupée par la ligne » (en cycle3, l'aire de la zone occupée par la ligne), ou le nombre de changements de directions... ne sont pas des critères valides pour comparer les longueurs des lignes.

Prolongement : dessiner une ligne brisée de longueur donnée entre d'extrémités deux points A et B donnés (si la longueur donnée est égale à la distance entre les points A à B, il faut dessiner le segment [AB] ; si la longueur donnée est inférieure à la distance de A à B, il n'y a pas de solution).

Rallye mathématique sans frontière Occitanie-Pyrénées



Cycle 2 : troisième manche
du 13 mars 2026



Quel est ce code ?

Réponse : **Le bon code est 90.**

Solution :

Le chiffre des unités du numéro de la marche sur laquelle il pose le dernier caillou est 0. C'est aussi le chiffre des unités du code à trouver.

Le nombre de lettres du prénom Dominique est 8. C'est le chiffre des dizaines du code à trouver.

Le code à trouver est donc 80.

Ci-dessous quelques témoignages d'enseignants que nous souhaitons partager collectivement avec les enseignants qui proposent le rallye mathématique à leur classe.

« Pour nous le rallye est une routine qui permet de voir les choses différemment, de raisonner différemment et d'apprendre à collaborer. »

« Avant l'épreuve, on prépare un tableau avec en lignes le numéro du problème et en colonnes, choisi par (les prénoms des élèves ayant choisi le problème) / résolu / vérifié. »

« Pour les élèves d'ULIS, cela crée une énorme source de stress, nous n'abordons pas ce rallye math sous forme de compétition mais plutôt sous forme d'une réflexion commune qui nous permet de mettre en avant différentes stratégies de recherche. »

« le mot rallye et l'idée que d'autres classes participent est très important, cela motive les élèves. »

« le travail collaboratif dans la classe suffit à motiver la plupart des élèves ; je ne dis pas aux enfants que "quelqu'un" va gagner... »

« Plus qu'une compétition contre d'autres classes, c'est un défi pour le groupe. Certains élèves s'impliquent davantage dans ce contexte tandis que d'autres y sont complètement insensibles. »

« Même s'il n'y a pas de confrontation directe, l'envie de réussir le mieux possible motive les élèves. »

« La recherche du code est stimulante pour les élèves. Ces problèmes à code sont très intéressants et effectivement accentuent encore l'importance de collaborer, les élèves ont dû comprendre qu'ils regroupaient en fait plusieurs problèmes différents, à poursuivre ! »

« Notre organisation est la suivante : les élèves cherchent seuls ou en petits groupes dans un premier temps, puis les résultats sont mis en commun dans un second temps pour négocier les réponses et décider des résultats qui seront envoyés. Lors de la première manche, ils n'ont pas eu l'idée de se partager le travail. Je ne les ai pas incités en ce sens non plus, mais je le ferai si ce type de problème est maintenu, ce qui me semble intéressant à poursuivre. »

« Après une première approche difficile, ce problème a permis aux élèves de s'organiser, échanger, mettre en commun, et se faire confiance les uns les autres. Sans nul doute à réitérer. »

« il y a eu bien plus de discussion sur le problème du bon code, ce que j'ai trouvé positif, et les élèves ont eu l'air de s'y plonger plus "gaiement". »

N'hésitez pas à nous faire part, vous aussi, de vos témoignages sur l'organisation du rallye dans votre classe, sur certaines réactions d'élèves, sur vos motivations d'enseignant à proposer le rallye mathématique à votre classe... Pour cela vous pouvez le faire directement sur
<https://enquetes.univ-tlse2.fr/index.php/576985?lang=fr>

