

Rallye mathématique sans frontière Occitanie-Pyrénées



Cycle 3 : première manche

du jeudi 13 novembre 2025



1) Pythagore a tout mélangé ! 2 ★

La table ci-dessous est une table de multiplication où des lignes et des colonnes (toutes différentes) ont été supprimées et les restantes ont été mélangées. Sur la première ligne ne figurent que des nombres à un chiffre, tous différents. Sur la première colonne ne figurent que des nombres à un chiffre, tous différents. Quels sont les nombres qui apparaissent sur l'avant-dernière ligne ?

Réponse : les nombres qui apparaissent sur la ligne 5 sont (21 ; 56 ; 42 ; 49 ; 63).

Solution : Plusieurs stratégies permettaient de retrouver le ligne 5. On a écrit entre parenthèses une chronologie possible (il en existe d'autres..)

	3				
				21	
			48		
				28	
		56			63
5	15				

	3	8(5)	6(6)	7(1)	9(3)
				21	
			48		
4(2)				28	
7(4)	21(7)	56	42(8)	49(9)	63
5	15				

Ou

	3	8(3)	6(4)	7(6)	
				21	
			48		
				28	
7(1)	21(2)	56	42(5)	49(7)	63
5	15				

Remarque : ce problème invite à une perception globale des tables de multiplication et surtout mobilise les faits arithmétiques dans les deux « sens » de l'égalité (ex. 21 et 28 sont dans la table de 7 et $21 = 3 \times 7$ et $28 = 4 \times 7$).

Prolongement : On trouvera d'autres pistes pour travailler autour de la table de Pythagore dans l'article de N. Bonnet sur le site de l'APMEP à l'adresse suivante <https://www.apmep.fr/IMG/pdf/AAA99130.pdf>

2) Le cube bicolore 4 ★

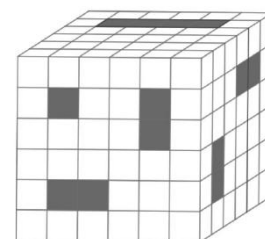
On a construit le grand cube ci-dessous avec des petits cubes blancs et des petits cubes noirs.

Pour chaque rangée de six cubes, si une de ses extrémités est un cube noir alors toute la rangée est constituée de cubes noirs ; les cubes noirs ne se trouvent que sur ces rangées.

Combien a-t-on utilisé de petits cubes blancs pour construire ce grand cube ?

Réponse : pour construire ce grand cube on a utilisé **151 petits cubes blancs**.

Solution : Si on les compte par couches horizontales à partir du bas ($32 + 18 + 26 + 27 + 16 + 32$) soit 151 petits cubes blancs. On pouvait aussi les dénombrer par tranches verticales à partir de la face avant puis vers l'arrière ($31 + 21 + 31 + 27 + 10 + 31$) soit 151 petits cubes blancs ou par tranches verticales de la gauche vers la droite ($32 + 19 + 23 + 27 + 18 + 32$) soit 151 petits cubes blancs.



Rallye mathématique sans frontière Occitanie-Pyrénées



Cycle 3 : première manche
du jeudi 13 novembre 2025



Autre méthode : on peut dénombrer les cubes noirs utilisés en parcourant les tranches du cube par exemple verticalement en commençant par la tranche de derrière

Tranche 1 : 5 cubes noirs qui proviennent sont sur les rangées que l'on voit sur la face de devant

Tranche 2 : $6 \times 4 + 2$ cubes

Tranche 3 : $6 + 3$ cubes

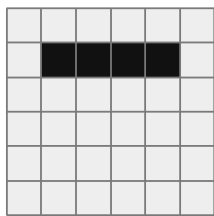
Tranche 4 : 5 cubes noirs

Tranche 5 : $2 \times 6 + 3$ cubes

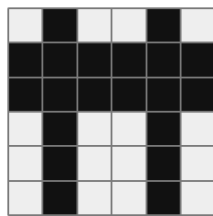
Tranche 6 : 5 cubes

Pour trouver le nombre de cubes blancs, on retranche au nombre total de cubes, le nombre de cube noirs, soit $6 \times 6 \times 6 - (5 + 26 + 9 + 5 + 15 + 5)$ soit $216 - 65$ soit finalement 151 cubes blancs.

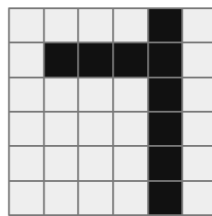
Une dernière solution consiste à dessiner chaque tranche en tenant compte des contraintes :



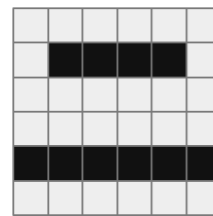
Étage du haut
(6ème)



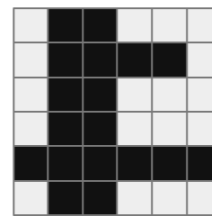
5ème étage



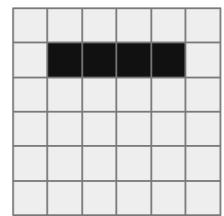
4ème étage



3ème étage



2ème étage



Étage du bas
(1er)

Remarques : dans ce problème la vue ne suffit pas pour le résoudre, à partir des informations de ce que l'on voit, il faut raisonner sur ce que l'on ne voit pas.

Dans les problèmes de dénombrement, dénombrer d'au moins deux façons différentes permet de contrôler sa réponse.

Prolongement : cf. pb4 de la manche2 du rallye 2023.

Remarque : dans une première version en ligne, nous avons écrit : « Pour chaque rangée de six cubes, si une de ses extrémités est un cube noir alors toute la rangée est constituée de cubes noirs ; de même si une de ses extrémités est un cube blanc alors toute la rangée est constituée de cubes blancs. » Ces contraintes n'étaient pas compatibles puisque des cubes à l'intersection de deux rangées auraient dû à la fois être noirs et blancs !

Rallye mathématique sans frontière Occitanie-Pyrénées



Cycle 3 : première manche
du jeudi 13 novembre 2025



3) Calculs 6 *

Dans les calculs ci-dessous, les mêmes chiffres sont cachés par des formes identiques et des chiffres différents sont cachés par des formes différentes. Quel est le résultat de la dernière opération ?

$$\heartsuit + \heartsuit = \spadesuit \clubsuit$$

$$\heartsuit \times \heartsuit = \clubsuit \spadesuit$$

$$\clubsuit \times \heartsuit \times \spadesuit = ?$$

Réponse : la dernière opération a pour **résultat 72**.

Solution : On peut tester les valeurs possibles pour $\heartsuit$ en testant à chaque fois s'il y a inversion des chiffres entre son double et son produit par lui-même. $\heartsuit$ est supérieur à 5 pour que son double comporte deux chiffres.

$\heartsuit$ cache donc le chiffre 9 et $\clubsuit$ cache le 8 et $\spadesuit$ cache le 1.

$\heartsuit$	$\heartsuit + \heartsuit$	$\heartsuit \times \heartsuit$
5	10	25
6	12	36
7	14	49
8	16	64
9	18	81

On peut alors répondre : $\clubsuit \times \heartsuit \times \spadesuit = 8 \times 9 \times 1 = 72$

Prolongement : cf. pb2 de la manche2 du rallye 2018.

4) Une suite de chiffres..... 8 *

On a écrit la suite des nombres dans l'ordre croissant à partir de 1 : 123456789101112... Quand on écrit le 2025^e chiffre, quel dernier nombre écrit-on ?

Réponse : Quand on écrit le 2025^e chiffre, on écrit le **nombre 711**.

Solution :

9 chiffres pour les nombres de 1 à 9

$2 \times 9 \times 10 = 180$ chiffres pour les nombres de 10 à 99

$3 \times 100 = 300$ chiffres pour les nombres de 100 à 999

$9 + 180 + 6 \times 300 = 1989$ chiffres pour les nombres de 1 à 699

Il faut encore 36 chiffres pour arriver à 2025. Comme on écrit des nombres à 3 chiffres, on peut encore écrire 12 nombres avec les 36 chiffres. Puisque l'on part de 700, le dernier nombre qu'on écrit est donc 711.

Ou

	Nombre de nombres	Nombres de chiffres utilisés	Total
De 1 à 9	9	9	9
De 10 à 99	90	180 (2×90)	189
De 100 à 711	612	1836 (3×612)	

Après avoir écrit les nombres de deux chiffres, il reste 1836 chiffres à écrire, ce qui permet d'écrire 612 nombres à partir de 100. On finit donc d'écrire le nombre 711 lorsqu'on écrit le 2025^e chiffre.

Remarque : ce problème impose une disjonction des cas selon le nombre de chiffres et peut, pour les nombres à 3 chiffres, mobiliser la division euclidienne par 3.

Prolongement : même consigne mais avec la suite des nombres pairs (afin de leur rappeler que 0 est un nombre pair).

Rallye mathématique sans frontière Occitanie-Pyrénées



Cycle 3 : première manche

du jeudi 13 novembre 2025



5) Le grand pourtour 10 ★

On a assemblé 9 rectangles pour constituer le grand rectangle ci-dessous (le dessin n'est pas à l'échelle) ; on a indiqué dans chaque rectangle son périmètre en cm. Quelle est le périmètre du grand rectangle ?

14 cm	8 cm	16 cm
18 cm	12 cm	20 cm
16 cm	10 cm	18 cm

Réponse : le périmètre du grand rectangle est **44 cm**.

Solution :

Méthode 1 : le plus petit périmètre est 8 cm, les côtés du rectangle peuvent être 2 cm et 2 cm ou 1 cm et 3 cm. Prenons 1 cm comme largeur du rectangle violet (verticalement), cela nous donne les longueurs successives horizontalement (6 cm, 3 cm et 7 cm). On en déduit alors les largeurs des rectangles « verticalement », soit (1 cm, 3 cm et 2 cm). Les dimensions du grand rectangle sont alors 16 cm et 6 cm ce qui lui donnent un périmètre de $2 \times (16 + 6)$ cm soit 44 cm.

On peut vérifier qu'en choisissant les autres valeurs comme première largeur, le périmètre du grand rectangle est toujours 44 cm.

Méthode 2 :

En additionnant les périmètres des rectangles fournis, on se rend compte que l'on additionne six fois les longueurs des côtés des rectangles. Pour calculer le périmètre du grand rectangle, il ne faut les additionner que deux fois. On calcule donc la somme des périmètres fournis et on divise le résultat obtenu par 3. On trouve 44 cm.

Remarque : ce problème permet de confronter les élèves au fait qu'en juxtaposant des surfaces, leurs périmètres ne s'additionnent pas (contrairement aux aires).

Prolongement : Soient les longueurs des deux rectangles rouges. Pourquoi leurs longueurs diffèrent de 1 cm ?

14 cm	8 cm	16 cm
18 cm	12 cm	20 cm
16 cm	10 cm	18 cm

6) Le bon code 12 ★

Énigme 1 : Je suis un nombre à 4 chiffres. Mon successeur est le plus petit nombre s'écrivant avec seulement 3 chiffres différents et pairs. Son chiffre des unités est le triple de son chiffre des unités de mille et la somme de ses chiffres est 10. Qui suis-je ? Mon nombre de centaines est le même que celui du code à trouver.

Réponse : **le nombre de centaines du code à trouver est 20.**

Solution : Cherchons tout d'abord le successeur.

Les chiffres sont pairs donc les chiffres possibles pour ce nombre sont 0, 2, 4, 6 et 8.

La relation « triple de » ne peut être satisfaite que pour 6 et 2. Le nombre s'écrit donc 2 _ _ 6.

La somme des « chiffres » est égale à 10 donc les deux chiffres manquants sont 0 et 2. Pour obtenir le plus petit nombre ayant les propriétés citées, on doit donc choisir 2026 pour successeur du nombre cherché.

Le nombre cherché est donc 2025.

Remarques :

– 2026 est un nombre à quatre chiffres qui s'écrit avec trois chiffres différents qui sont pairs.

Rallye mathématique sans frontière Occitanie-Pyrénées



Cycle 3 : première manche

du jeudi 13 novembre 2025



- les dix chiffres sont des signes qui permettent d'écrire des nombres. La valeur d'un chiffre dépend de sa position dans l'écriture du nombre ; ainsi dans 2025 le chiffre des unités de mille a pour valeur le nombre 2000 et le chiffre des dizaines a pour valeur le nombre 20. C'est l'acception retenue dans l'énoncé quand on dit qu'il s'écrit avec trois chiffres différents ; cependant, par la suite afin de faciliter la compréhension, l'énoncé assume un abus de langage en utilisant le mot « chiffre » pour désigner un nombre à un chiffre comme par exemple quand on parle de « chiffre pair » ; le chiffre-signe n'est pas pair, seul un nombre peut l'être, idem plus loin quand on opère sur des nombres (et pas sur des chiffres) avec « ... triple... » et « ... somme ... ».
- La complexité de l'emploi de l'adverbe « seulement » associé à la conjonction « et » dans la langue française pouvait pour certains mener à des interprétations différentes de l'expression « seulement trois chiffres différents et pairs » selon le complément de nom associé à l'adverbe « seulement » : « seulement trois chiffres différents, qui ont la particularité d'être pairs », « seulement trois chiffres pairs, qui ont la particularité d'être différents », [ce qui induirait que le 4^e chiffre est impair] ou sur l'ensemble « seulement (trois chiffres différents et pairs) ». Cette dernière acception a été retenue par les auteurs du problème avec les arguments suivants de priorité du « et », les adjectifs « différents » et « pairs » s'appliquant tous deux directement et prioritairement au nom « chiffre » et non à l'adverbe « seulement » qui lui s'applique au groupe nominal tout entier « trois chiffres différents et pairs » équivalent à « trois chiffres pairs et différents ». Notons qu'avec la deuxième interprétation, il n'y a aucune solution.

Prolongement : On peut demander aux élèves de produire d'autres codages du nombre 2025.

Énigme 2 : J'ai dix billes de moins que Paul et onze de moins que Kylian. Tom en a dix-neuf de plus qu'Étienne qui en a 31, et dix de plus que Kylian. Combien de billes avons-nous en tout ? Ce nombre a le même chiffre des dizaines que le code à trouver.

Réponse : **le chiffre des dizaines du code à trouver est 8.**

Solution : Voici une présentation dans un tableau que l'on complète au fur et à mesure que l'on relit à l'énoncé.

Étienne a 31 billes. Tom a 50 billes (19+31) et Kylian 40 (50-10). J'ai donc 29 (40-11) billes et Paul en a 39 (29+10).

Moi	Paul	Kylian	Tom	Étienne
29 (4)	39 (5)	40 (3)	50 (2)	31 (1)

On a donc en tout 189 billes (31 + 50 + 40 + 29 + 39).

Remarque : Les « de plus » et les « de moins » ne produisent pas toujours les mêmes opérations. Une interprétation différente (cependant erronée) de la virgule dans la partie « , et dix de plus que Kylian » attribue à Kylian 21 billes (dix de moins qu'Étienne) et conduit à la réponse 132 à ce problème.

Prolongement : On peut demander d'inventer des problèmes en utilisant l'expression « de plus » qui produisent des additions et d'autres qui produisent des soustractions. De même avec l'expression « de moins ».

Rallye mathématique sans frontière Occitanie-Pyrénées



Cycle 3 : première manche
du jeudi 13 novembre 2025



Énigme 3 : Capucine, Théo, Kamran, Boris, Lou et Annabelle ont participé à une course (il n'y pas eu d'ex-aequo).

Voici des renseignements sur l'ordre d'arrivée, certains sont vrais, d'autres sont faux :

- Capucine est arrivé après Kamran : VRAI
- Théo est arrivé après Lou : FAUX
- Boris est arrivé après Annabelle: VRAI
- Capucine est arrivé avant Boris : VRAI
- Boris est arrivé avant Lou : FAUX
- Théo est arrivé avant Annabelle: VRAI

Lequel est arrivé dernier ?

Le nombre de lettres du dernier a le même chiffre des unités que le code à trouver.

Réponse : **le chiffre des unités du code à trouver est 5** (Boris est arrivé dernier).

Solution : On utilise les initiales des prénoms des participants et on traduit les informations au fur et à mesure en plaçant dans l'ordre les participants

K est arrivé avant C

L est arrivé avant T

A est arrivé avant B

C est arrivé avant B

L est arrivé avant B

T est arrivé avant A

B est arrivé après A, C et L. Comme T est arrivé avant A et K est arrivé avant C alors B est arrivé après T et après K.

Boris est arrivé après les 5 autres coureurs. Capucine, Théo, Kamran, Boris, Lou et Annabelle, donc Boris est arrivé dernier. Boris s'écrit avec 5 lettres, donc le chiffre des unités du code est 5.

Autre solution :

A, C, L, T, K ont quelqu'un derrière eux donc ils ne sont pas derniers. Donc il ne reste que Boris, qui est dernier.

Remarque : ce problème relève de l'organisation de données et demande de plus des conversions au sein du registre de la langue naturelle vers l'information complémentaire Si "Boris est arrivé avant Lou" est FAUX, alors "Boris est arrivé après Lou" et "Lou est arrivée avant Boris" sont VRAIES.

Prolongement : exercices sur la transitivité dans une relation d'ordre :

Ex : Jean est plus grand que Pierre et Pierre est plus grand que Paul. Qu'en conclure pour Jean et Paul ? Par contre Jeanne est plus grande que Julie et Jeanne est plus grande que Chrystelle. Qu'en conclure pour Julie et Chrystelle ?

Quel est ce code ?

Réponse : **le code est 2085.**

Remarque : Les exercices de type « le bon code » ont pour objectif de solliciter davantage la coopération entre élèves tout en mobilisant certains aspects de la numération.