IREM de Toulouse | Rallye Mathématiques Sans frontière Midi-Pyrénées | IUFM Midi-Pyrénées

Deuxième Manche Prolongements

Mardi 22 janvier 2008

Cycle 3

1) Devinette 10 points

Le chiffre des unités est le triple de celui des centaines, cela ne peut être que 3 ou 6 ou 9.
Ce qui conduit au trois cas à étudier : 123, 246 et 369. Le seul cas ou la somme est 18 est le dernier.
On peut également examiner les 9 cas possibles pour le chiffre des centaines en tenant compte des trois contraintes (sur le chiffre des dizaines, sur celui des unités et sur leur somme égale à 18). **Ce nombre est 369**. L'ordre de traitement des données est important : c'est plus long si les élèves commencent par écrire toutes les décompositions additives de 18. Divers énoncés de ce type (jeu du portrait) peuvent être proposés durant les 15 minutes quotidiennes de calcul mental afin de consolider les connaissances sur la numération.

2) Toujours des billes ! 12 points

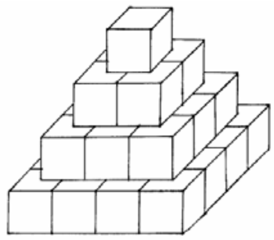
Oswald a 35 billes. Jules en a 12 fois plus qu'Oswald (12×35) soit 420 billes. Jules en a 4 fois plus que moi donc j'ai (420 :4) 105 billes. J'ai cinq fois plus de billes que Loïk qui a donc (105 :5) 21 billes. Loïk en a quatre fois moins que Malek qui a donc (4×21) 84 billes. À nous tous nous avons donc (35+420+105+21+84) **665 billes**. Dans ce problème de traitement des informations, leur ordre d'utilisation est différent de leur ordre de présentation dans l'énoncé : mieux vaut partir d'une quantité de billes connue, celle d'Oswald. On peut se reporter au corrigé de la manche 1 pour des prolongements.

3) La balade d'Anita 14 points

On peut examiner les dix trajets possibles en fonction des différentes positions du miroir mais le plus judicieux ici était de partir de l'arrivée (du visage souriant d'Anita) ce qui donnait la seule position possible du **miroir à placer en G**.
D'autres labyrinthes et d'autres problèmes peuvent montrer l'efficience de stratégies de recherche consistant à partir de la solution ou de la production attendue pour faire émerger des conjectures.

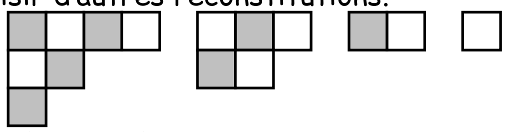
4) La pyramide 16 points

Une stratégie consistait à compléter chaque niveau sans oublier le 5^{e} afin de constituer un cube (0+9+16+21+25) soit **71 cubes**. On pouvait également dénombrer le nombre de cubes de la pyramide (4+9+16+25) soit 54 cubes puis le nombre de petits cubes dans le grand cube (5×5×5) soit 125 cubes et par différence trouver **71 cubes**.
On peut ensuite leur demander de dénombrer les cubes nécessaires pour construire des pyramides telles celles ci-contre en augmentant le nombre d'étages. *(Sachant pour information que le nombre de cubes pour n étages est donné par la formule (2n+1)(n+1)n/6)*



5) Que de caisses ! 18 points

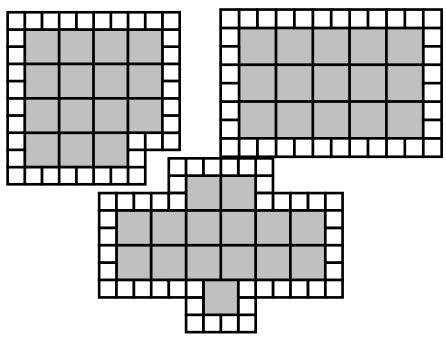
La couleur des caisses était déterminante pour lever les différentes ambiguïtés ; les différentes vues et les couleurs nous permettaient ainsi de reconstituer chacun des niveaux horizontaux, mais on peut choisir d'autres reconstitutions.



Il y a donc (7+5+2+1) **15 caisses**. Un exercice à faire avec du matériel. Des légos ou des dés colorés. On peut prolonger en dessinant plusieurs vues d'une autre construction. Le jeu Cliko propose des activités du même type.

6) Des carrés gris et blancs 20 points

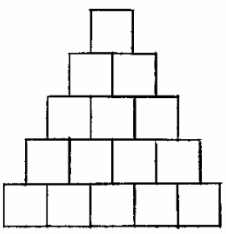
Il faut au minimum **36 carrés blancs** comme dans les deux exemples ci-contre pour entourer quinze carrés gris.



En revanche, certaines dispositions nécessitent plus de carrés (44 comme celle du dessous). On peut faire un concours pour

déterminer une disposition qui nécessite le plus grand nombre de carrés.
On peut leur poser la même question avec 16 carrés gris et amorcer ainsi un travail sur l'indépendance entre aire et périmètre.

7) Un verre, ça va ! 22 points
Quelques essais permettent rapidement de trouver qu'il y a 10 personnes qui trinquent donc **10 convives** ou **9 convives** (Les définitions de convive diffèrent selon des dictionnaires ; pour certains, ne sont convives que les invités, les conviés).
On peut leur poser la question pour d'autres nombres et avec des poignées de mains sachant que le nombre de tintements entre n convives est n×(n-1) :2 ; chaque convive fait l'acte de trinquer avec n-1 convives mais on les a compté deux fois par tintement, d'où la division par 2.
On peut ensuite faire le lien avec d'autres problèmes de ce type : demander de dénombrer les carrés nécessaires pour constituer des escaliers tels celui ci-contre en faisant varier le nombre d'étages. On peut aussi faire le lien avec le problème « cordes » d'Ermel CM2.



8) De zéro à trente-six
Il n'y a que **5 nombres** que l'on peut pas obtenir avec les contraintes fixées par l'énoncé (29, 31, 33, 34 et 35). Voici quelques solutions (non exhaustives) pour les autres :

(2-1)-(4-3)=**0**	(2×3)-4-1=**1**	2×(4-3) ×1=**2**
(2×3)-4+1=**3**	4-(3-2-1)=**4**	(2×4×1)-3=**5**
(2×4)–(3-1)=**6**	2×(4+1)-3=**7**	4+3+2-1=**8**
(2×3)+4-1=**9**	(2×3×1)+4=**10**	(2×3)+4+1=**11**
(3×4)×(2-1)=**12**	(3×4)+(2-1)=**13**	(3×4×1)+2=**14**
3×(4+2-1)=**15**	4×(3+2-1)=**16**	3×(4+1)+2=**17**
3×(4+2)×1=**18**	3×(4+2)+1=**19**	4×(3+2)×1=**20**
4×(3+2)+1=**21**	2×(3×4-1)=**22**	(4×2×3)-1=**23**
4×2×3×1=**24**	(4×2×3)+1=**25**	2×((3×4)+1)=**26**
3×((2×4)+1)=**27**	4×((2×3)+1)=**28**	2×3×(4+1)=**30**
2×4×(3+1)=**32**	3×4×(2+1)=**36**	

Si l'on ajoute le 5, le premier nombre qu'on ne peut ainsi obtenir est supérieur à 70. On peut prolonger l'exercice avec des activités « calculatrice cassée », c'est à dire effectuer un calcul avec une calculatrice sur laquelle fictivement certaines touches sont cassées ; cela génère un riche calcul mental réfléchi. (cf. document d'accompagnement des programmes « calcul mental »).

Passer d'un nombre à un autre : un premier nombre est affiché sur l'écran de la calculatrice. Sans éteindre la calculatrice, ni effacer le nombre affiché, il s'agit d'obtenir l'affichage d'un autre nombre
- faire afficher 18 ; sans effacer faire afficher 330 en n'utilisant que les touches [+], [x], [=] et 2 avec le moins possible de calculs.

Voir aussi
http://revue.sesamath.net/IMG/calculCassee.zip