

**Réponses et prolongements
troisième manche**



mardi 15 mars 2005

Cycle 3

1) Nombre mystérieux et pourtant... : 10 points

Le chiffre des dizaines de 707 est 0, le nombre entier de centaines de 2 098 est 20 et la somme de tous les chiffres de 41 002 est 7. Le nombre cherché est donc **2005**.

Prolongement : sur ce principe du jeu du portrait, des élèves font deviner à d'autres un nombre grâce à une définition (Ils peuvent par exemple nous proposer une devinette pour 2 006).

2) Pommes noisette : 10 points

Thibaud "perd" 12 pommes noisette et Hugo en "gagne" 12. Cela fait 24 pommes noisette de différence. Au final c'est Hugo qui a eu 17 pommes noisette de plus que Thibaud.

Le problème est complexe : le mieux est sans doute de faire jouer la situation. La difficulté réside dans l'absence de valeur initiale ou finale.

Prolongement : sur le même modèle, on peut en proposer dans d'autres contextes : échange de passagers dans des bus, billes gagnées et perdues ...

3) Rangement : 12 points

D'après la première phrase, la voiture blanche est à côté de la verte (et aucune autre) donc en bout. D'après la troisième, la bleue n'est pas au milieu. De plus, d'après la seconde, la bleue est en bout. **La voiture rouge est donc au milieu.**

Il faut se rendre compte de la symétrie (gauche/droite).

Prolongement : quelle information manque-t-il pour situer toutes les voitures ?

4) Que de rectangles ! 12 points

Le périmètre du grand rectangle est la somme des demi-périmètres des quatre petits rectangles : $5 + 4 + 6 + 7 = 22$.

Le périmètre du grand rectangle est 22 mètres.

C'est aussi la somme des périmètres de 2 rectangles opposés.

On peut mettre à jour cet invariant en proposant de fabriquer des exercices similaires (sans l'avoir dit). Les élèves qui le trouveront devront aller proposer leurs démonstrations aux autres.

5) Et 1, et 2, et 3, etc. : 14 points

Il a 60 sommets.

La stratégie de résolution liée au nombre de pentagones est la plus rapide, mais toutes les autres sont bonnes !...

Prolongement : Quel est le nombre d'arêtes ?

6) Compères et menteurs : 14 points

La phrase « Hier je mentais » de Pinocchio et Dorante signifie : s'ils mentent aujourd'hui, hier ils ne mentaient pas et s'ils ne mentent pas aujourd'hui, hier ils mentaient. Pour Pinocchio, c'est le cas le mardi et le vendredi, pour Dorante le mardi et le samedi.

On peut construire un tableau avec en colonnes les jours de la semaine et en lignes les 2 personnages, des croix signalant quels jours les personnages mentent. On peut ensuite procéder par élimination, en testant tous les jours de la semaine, les uns après les autres.

On est donc mardi.

7) Magic confiote ! 16 points

4 petits, 4 moyens et 1 grand pèsent 5 kg.

7 petits et 6 moyens pèsent 5 kg.

7 petits et 2 grands pèsent 5 kg.

De ces deux derniers rayons, on peut conclure que 6 moyens pèsent comme 2 grands, donc **3 moyens pèsent comme 1 grand**.

4 petits et 7 moyens pèsent comme 7 petits et 6 moyens donc **3 petits pèsent comme 1 moyen**.

Donc 25 petits pèsent 5 kg (deuxième rayon). On en déduit qu'**un petit pèse 200 g, un moyen 600 g et un grand 1800 g**.

8) Jeu de construction : 16 points

On remarque que chaque étage comporte 4 cubes de plus que le précédent. Le nombre total de cubes utilisés est la somme $1+5+9+13+17+21+25+29+33+37$.

On peut aussi s'apercevoir qu'il y a 4 piles de 1 cube, 4 piles de 2 cubes, ... , 4 piles de 9 cubes, et une pile de 10 cubes.

Le calcul peut alors s'effectuer ainsi : $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 = 45$. $4 \times 45 = 180$. $180 + 10 = 190$.

Il faut donc **190 cubes** pour construire cet empilement de 10 étages.

Prolongement : Combien faut-il de cubes pour réaliser un empilement de 25 étages ? Il faudrait pouvoir calculer le nombre de cubes en fonction du nombre d'étages. Les premiers résultats peuvent permettre d'entrevoir la formule générale :

1 étage	1 cube	1 x 1	1 x (2-1)	1 x (2 x 1 - 1)
2 étages	6 cubes	2 x 3	2 x (4-1)	2 x (2 x 2 - 1)
3 étages	15 cubes	3 x 5	3 x (6-1)	3 x (2 x 3 - 1)
4 étages	28 cubes	4 x 7	4 x (8-1)	4 x (2 x 4 - 1)

Pour 25 étages, on a besoin de $25 \times 49 = 1225$ cubes. C'est un premier pas (difficile) vers l'algèbre.