IREM de Toulouse

Troisième Manche Prolongements

Rallye Mathématiques Sans frontière Midi-Pyrénées

IUFM Midi-Pyrénées

Mardi 18 mars 2008

Cycle 3

Exercice 1 : Le vrai vainqueur

« Medhi est arrivé après Kamran : VRAI », donc Kamran n'est pas arrivé dernier
« Théo est arrivé après David : FAUX », donc Théo n'est pas arrivé dernier
« Boris est arrivé après Pablo : VRAI », donc Pablo n'est pas arrivé dernier
« Medhi est arrivé avant Boris : VRAI », donc Medhi n'est pas arrivé dernier
« Boris est arrivé avant David : FAUX », donc David n'est pas arrivé dernier
« Théo est arrivé avant Pablo: VRAI », donc Théo n'est pas arrivé dernier

Donc, Kamran, Théo, Pablo, Medhi et David n'étant pas arrivés derniers, c'est Boris qui est arrivé le dernier.
On remarque que la dernière affirmation est inutile.

On peut aussi ordonner les concurrents.
On traduit les informations de l'énoncé en plaçant les concurrents dans l'ordre d'arrivée :
Karam-Medhi ; Théo-David ; Pablo-Boris ;
Medhi-Boris , David-Boris ; Théo-Pablo.
On est donc sûr des ordres :
Karam-Medhi-Boris
Théo-David-Boris
Théo-Pablo-Boris
et Boris est arrivé le dernier !

<u>Prolongement :</u> exercices sur la transitivité dans une relation d'ordre :
Ex : Jean est plus grand que Pierre et Pierre est plus grand que Paul. Qu'en conclure pour Jean et Paul ?
Par contre Jeanne est plus grande que Julie et Jeanne est plus grande que Chrystelle. Qu'en conclure pour Julie et Chrystelle ?

Exercice 2 : Toujours des billes !

Clovis a 32 billes
Abou a 23 billes de moins que Clovis, donc ***Abou a 9 billes*** (32 – 23 = 9)
Abou a 4 fois moins de billes que Léon, donc Léon a 4 fois le nombre de billes de Abou. ***Léon a 36 billes*** (4x9 = 36)
J'ai 4 billes de plus que Abou, donc ***j'ai 13 billes*** (9 + 4 = 13)
J'ai 5 fois moins de billes que Djibril, donc Djibril a 5 fois mon nombre de billes. ***Djibril a 65 billes*** (5x13 = 65)
Nous avons en tout 155 billes (32 + 9 + 36 + 13 + 65 = 155)

<u>Prolongement</u> : Proposer d'autres exercices où les informations ne sont pas à traiter dans l'ordre où elles apparaissent dans l'énoncé.

Exercice 3 : Manathan-Kaboul !

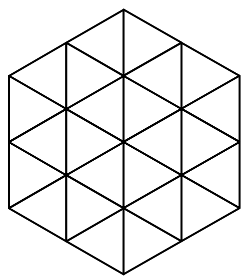
4 heures de l'après-midi se dit aussi 16h.
« Quand il est 19h à Kaboul il est 9h30 à Manathan », donc à l'heure du départ de Kaboul il est 6h30 à Manathan (19h – 16h = ***3h*** et 9h30 – ***3h*** = 6h30).
Quand Zakina arrivera à Manathan, 17 heures se seront écoulées, il sera donc 23h30 (6h30 + 17h = 23h30).
Zakina arrivera à Manathan à 23h30.

<u>Prolongement</u> : On peut choisir une heure de départ de Kaboul plus tardive : cela oblige à traiter le changement de jour.

Exercice 4 : Triangles équilatéraux

En dénombrant les plus petits triangles équilatéraux, on en trouve **18** (on peut utiliser 4 « colonnes » verticales ou les 4 « rangées » obliques).
Ensuite, il y a des triangles équilatéraux dont la longueur des côtés est le double de celle des précédents : **6** ont pour côté l'un des côtés de l'hexagone (ils constituent un pavage de l'hexagone) et **3** ont un sommet qui est le milieu du côté de l'hexagone.
Enfin, il y a **1** grand triangle équilatéral dont la longueur du côté est le triple de la longueur d'un petit triangle (ses 3 sommets sont les milieux de 3 côtés de l'hexagone)
On peut ainsi voir **28 triangles équilatéraux**.

<u>Prolongement</u> : Même question en pavant tout l'hexagone avec les petits triangles équilatéraux



Exercice 5 : Miam-Miam !

Nombre d'ogres	Nombre de boeufs	Durée en heures	
6	18	9	
6	6	3	Les 6 ogres mangeront 3 fois moins de bœufs en 3 fois moins de temps
18	6	1	3 fois plus d'ogres mangeront le même nombre de bœufs en 3 fois moins de temps.
18	12	2	Les 18 ogres mangeront le double de bœufs en le double de temps
36	24	2	Pour manger le double de bœufs dans le même temps, il faudra le double d'ogres

36 ogres mangent vingt-quatre bœufs en deux heures

Prolongement : Proposer des exercices plus simples d' « inverse-proportionnalité »
Ex : Un camion citerne remplit une cuve en 10 min. En combien de temps deux camions semblables, rempliront ensemble cette cuve ?

Exercice 6 : Hou les uns !

En posant l'opération, on obtient

```
              1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
                  x 1 1 1 1 1 1 1 1
              ---------------------
              1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
            1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0
          1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 0
        1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0
      1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0
    1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0
  1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0
1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0
-----------------------------------
1 2 3 4 5 6 7 8 8 8 8 7 6 5 4 3 2 1
```

11 111 111 111 x 11 111 111 = 123 456 788 887 654 321

Prolongement : Trouver deux nombres, chacun formé avec le chiffre 1, tel que leur produit soit égal à : 12 345 678 887 654 321. Même question avec 12 345 678 999 987 654 321
Peut-on trouver deux nombres formés chacun qu'avec des chiffres 1 et dont le produit serait 12 345 678 987 654 321 ?

Exercice 7 : Qu'il est long !

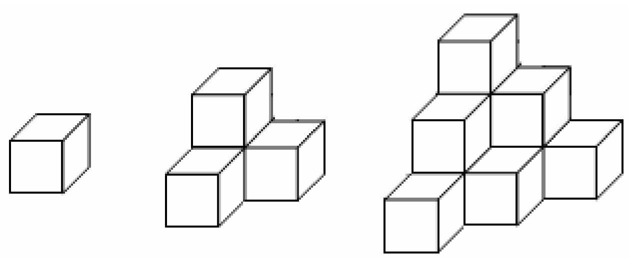
<u>123456789</u> <u>1011…1819</u> <u>2021…2829</u> <u>3031…3839</u> 40
9 chiffres   2x10 chif   2x10 chif   2x10 chif   2 chif
Donc un nombre de 71 chiffres (9 + 20 + 20 + 20 + 2 = 71)
Si on enlève 60 chiffres, il va rester un nombre de 11 chiffres.
Pour obtenir le nombre le plus grand possible, il faut conserver aux rangs les plus élevés le plus de 9 possible. Il y quatre 9 dans le nombre de départ.
Si on les conserve tous, le nombre sera 999 940 qui n'a que 6 chiffres.
Si on conserve les 3 premiers, on obtient le nombre 9993031323334353637383940. Il faut que le 4ème chiffre soit le plus grand possible et qu'il y ait 11 chiffres en tout. Le nombre sera **99 967 383 940**.

Prolongement : Quel nombre, le plus petit possible, peut-on obtenir ? (Discussion sur l'autorisation de garder 0 dans les 11 chiffres)

Exercice 8 : Combien à l'étape suivante ?

Si on dénombre les cubes utilisés par « tranches », on a :
1er solide : 1
2ème solide : 1 + (1+3+1) +1 = 1 + 5 + 1 = 7
3ème solide : 1 + 5 + (1+3+5+3+1) + 5 + 1 = 1 + 5 + 13 + 5 + 1 = 25
4ème solide : 1 + 5 + 13 + (1+3+5+7+5+3+1) + 13 + 5 + 1 = 1 + 5 + 13 + 25 + 13 + 5 + 1 = 63
à la 4ème étape, il faudra **63 cubes**.

En travaillant par couches horizontales, pour obtenir le solide de la quatrième étape, il faut ajouter :
1 cube sur la première couche (au-dessus du cube du "dessus"), 4 cubes sur la deuxième, 8 cubes sur la troisième, 12 cubes sur la quatrième, 8 cubes sur la cinquième, 4 cubes sur la sixième, 1 cube sur la septième, soit 38 nouveaux cubes à ajouter au 25 du solide de l'étape n°3 : il faut donc 63 cubes en tout pour construire le solide, sur le même modèle, à la quatrième étape.



<u>Prolongement</u> : On peut proposer une situation plus simple aux élèves qui auraient eu du mal à dénombrer les cubes ; par Exemple : Dans ce cas on peut se poser la question à la 5ème, 6ème,… étapes.